BATÁLION
CURSOS PREPARATÓRIOS

MATEMÁTICA

VOLUME 1

Sistema Numérico Decimal * Adição e Subtração de Números Naturais * Multiplicação e Divisão de Números Naturais * Múltiplos e Divisores * Potenciação e Radiciação com Números Naturais * Expressões Numéricas com Números Naturais * Soluções das Questões de Concursos

PREPARATÓRIO CONCURSOS
COLÉGIOS MILITARES 6º ANO

Apresentação

Olá, querido aluno! Nós, do Curso Batálion, preparamos com muito carinho esse material com o intuito de dar às crianças que estão buscando o ingresso nos Colégios Militares de todo o Brasil a melhor e mais completa preparação em Matemática para os concursos. Preparamos cada capítulo com base em um estudo minucioso das últimas provas dos Colégios Militares, além da nossa experiência de vários anos preparando alunos para esses concursos.

Um dos nossos objetivos é poder alcançar cada vez mais pessoas nesse Brasil afora. Quer nos ajudar? Fale dessa apostila para algum colega, amigo, ou alguém que possa ter interesse, essa ajuda será de grande valia para nós! 😊

Esse material aborda detalhadamente cada um dos temas que caem nas provas, e certamente fornecerá a você, aluno, ou ao seu responsável que lhe acompanhará nessa jornada, uma base sólida para que seja possível estudar e aprender cada um dos assuntos que podem estar presentes na prova.

Com todo o conteúdo explicado em detalhes, centenas de exemplos resolvidos passo a passo e todas as questões de concurso resolvidas, de agora em diante, o seu sucesso irá depender apenas da sua dedicação.

Para saber mais sobre o nosso trabalho ou adquirir todos os volumes desse material acesse www.cursobatalion.com.br. E ainda, se tiver alguma dúvida, crítica ou sugestão sobre o material, escreva-nos no seguinte e-mail: contato@cursobatalion.com.br. Ficaremos felizes em ler sua mensagem, respondê-la e poder ajudá-lo! 😊

Equipe do Curso Batálion

Sumário Volume 1 (Amostra Completa)

Sumário Volume 2

Sumário Volume 3

Sumário Volume 4

Lista de Siglas

CMB: Colégio Militar de Brasília
CMBel: Colégio Militar de Belém
CMBH: Colégio Militar de Belo Horizonte
CMC: Colégio Militar de Curitiba
CMCG: Colégio Militar de Campo Grande
CMF: Colégio Militar de Fortaleza
CMJF: Colégio Militar de Juiz de Fora
CMM: Colégio Militar de Manaus
CMPA: Colégio Militar de Porto Alegre
CMR: Colégio Militar de Recife
CMRJ: Colégio Militar do Rio de Janeiro
CMS: Colégio Militar de Salvador
CMSM: Colégio Militar de Santa Maria
CMSP: Colégio Militar de São Paulo
CPM: Colégio da Polícia Militar do Paraná
EPDP: Escolinha do Professor Daniel Pereira

Capítulo 1 – Sistema Numérico Decimal

As Ordens e as Classes

O sistema numérico decimal é composto por dez algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Cada um desses algarismos constitui também um número, e esses números são representados ordenadamente também de 0 a 9, sendo o primeiro o 0, e o último o 9.

De maneira bem sucinta, para exemplificar, o sistema de numeração decimal é o sistema que conhecemos e estamos habituados a utilizar para a contagem de elementos no dia a dia. No sistema numérico decimal, os algarismos se organizam em grupos chamados **ordem**. No exemplo abaixo, temos na ordem das unidades o algarismo 4, e na ordem das dezenas o algarismo 7.

Dezena	Unidade
7	4

Neste próximo exemplo que se segue, temos na unidade o algarismo 2, na dezena o algarismo 9, e na centena, o algarismo 1.

Centena	Dezena	Unidade
1	9	2

No próximo exemplo temos um número composto por mais de três algarismos. Nesses casos, podemos separar cada três ordens em grupos que chamados de classes. Na unidade simples temos o algarismo 6, na dezena simples temos o algarismo 3, e na centena simples temos o algarismo 6. As ordens da classe milhar são chamadas de unidade de milhar, dezena de milhar e centena de milhar. Assim, na unidade de milhar temos o algarismo 5, e na dezena de milhar temos o algarismo 1.

Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	1	5	6	3	6

No próximo exemplo, temos na unidade simples o algarismo 9, na dezena simples o algarismo 3, e na centena simples o algarismo 5. Na unidade de milhar temos o algarismo 3, na dezena de milhar temos o algarismo 7 e na centena de milhar temos o algarismo 2.

Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
2	7	3	5	3	9

Podemos ainda ter algarismos com mais de duas classes, como esse do próximo exemplo.

Milhões			Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
5	1	3	4	1	8	3	3	6

Pode ocorrer ainda de um número ter mais de três classes. As próximas classes seriam os bilhões, depois os trilhões, e assim por diante.

Hora do Exercício – Parte 1

1- Dados os seguintes números, preencha a tabela de acordo com as ordens de cada algarismo.

a) 72	b) 48	c) 57	d) 128	e) 427	f) 375
Centena:	Centena:	Centena:	Centena:	Centena:	Centena:
Dezena:	Dezena:	Dezena:	Dezena:	Dezena:	Dezena:
Unidade:	Unidade:	Unidade:	Unidade:	Unidade:	Unidade:

g) 729	h) 846	i) 590	j) 309	k) 427	l) 375
Centena:	Centena:	Centena:	Centena:	Centena:	Centena:
Dezena:	Dezena:	Dezena:	Dezena:	Dezena:	Dezena:
Unidade:	Unidade:	Unidade:	Unidade:	Unidade:	Unidade:

2- Dados os seguintes números, preencha a tabela de acordo com a ordem e a classe corretas.

Ordem e classe	a) 1352	b) 4211	c) 3125	d) 4098
Centena de milhar				
Dezena de milhar				
Unidade de milhar				
Centena simples				
Dezena simples				
Unidade simples				

Ordem e classe	e) 12436	f) 60048	g) 91237	h) 101364
Centena de milhar				
Dezena de milhar				
Unidade de milhar				
Centena simples				
Dezena simples				
Unidade simples				
Ordem e classe	i) 3651476	j) 4032575	k) 70800962	l) 409025315
Centena de milhão				
Dezena de milhão				
Unidade de milhão				
Centena de milhar				
Dezena de milhar				
Unidade de milhar				
Centena simples				
Dezena simples				
Unidade simples				

3- Observe os seguintes números e responda o que se pede:
a) 3197
1. Qual é o algarismo da unidade simples?
2. Qual é o algarismo da unidade de milhar?
b) 413697
1. Qual é o algarismo da dezena simples?
2. Qual é o algarismo da centena de milhar?
c) 4230756
1. Qual é o algarismo da unidade de milhão?
2. Qual é o algarismo da dezena simples?
d) 18635017
1. Qual é o algarismo da centena de milhar?
2. Qual é o algarismo da dezena de milhão?
e) 290005148
1. Qual é o algarismo da centena de milhão?
2. Qual é o algarismo da unidade de milhão?

Dando Nome aos Números

Os números recebem nomes de acordo com os algarismos e as posições em que eles são escritos. Por exemplo:

Dezena	Unidade
7	4

Neste exemplo temos o número **setenta e quatro.** Também chamamos isso de **escrita por extenso do número.**

Alguns números são bastante importantes e precisamos saber escrevê-los por extenso para podermos nomear e escrever todos os demais números do sistema numérico decimal. Veja:

10: Dez	**11**: Onze	**12**: Doze	**13**: Treze	**14**: Quatorze
15: Quinze	**16**: Dezesseis	**17**: Dezessete	**18**: Dezoito	**19**: Dezenove
20: Vinte	**30**: Trinta	**40**: Quarenta	**50**: Cinquenta	**60**: Sessenta
70: Setenta	**80**: Oitenta	**90**: Noventa	**100**: Cem	**200**: Duzentos
300: Trezentos	**400**: Quatrocentos	**500**: Quinhentos	**600**: Seiscentos	**700**: Setecentos
800: Oitocentos	**900**: Novecentos	**1000**: Mil	**2000**: Dois mil	**3000**: Três mil

Se soubermos e entendermos os nomes acima podemos dar nome a todos os demais números separando-os pelas classes. **Para separar as classes podemos utilizar um pontinho pra facilitar o entendimento.** Contando da direita pra esquerda, a cada três algarismos colocamos um pontinho. Vejam:

192: Cento e noventa e dois.
15.636: Quinze mil seiscentos e trinta e seis.
273.539: Duzentos e setenta e três mil quinhentos e trinta e nove.
513.418.336: Quinhentos e treze milhões quatrocentos e dezoito mil trezentos e trinta e seis.

Mais alguns exemplos:
367: Trezentos e sessenta e sete.
895: Oitocentos e noventa e cinco.
1.203: Mil duzentos e três. (esse número também pode ser chamado de **um mil duzentos e três**).
80.704: Oitenta mil setecentos e quatro.
112.298: Cento e doze mil duzentos e noventa e oito.
3.003.209: Três milhões três mil duzentos e nove.

Hora do exercício – Parte 2

1- Escreva por extenso os seguintes números:

a)	76:
b)	84:
c)	99:
d)	58:
e)	103:

f)	236:
g)	975:
h)	643:
i)	896:
j)	903:

2- Escreva por extenso os seguintes números: (dica: coloque pontinhos pra separar as classes, vai facilitar bastante!)

a)	1004:
b)	3068:
c)	9123:
d)	4325:
e)	3796:
f)	10563:
g)	24693:
h)	74593:
i)	101368:
j)	503783:

3- Escreva por extenso os seguintes números: (dica: coloque pontinho para separar as classes, vai facilitar bastante!)

a)	1507609:
b)	7865006:
c)	9653048:
d)	10630834:
e)	48963485:
f)	34358632:
g)	403687284:
h)	106587003:

i) 2796506433:
j) 29003407628:

Valor Absoluto e Valor Relativo

Cada algarismo dentro de um número tem o que chamamos de valor absoluto e valor relativo.

O valor absoluto é o valor daquele algarismo desconsiderando-se a posição dele no número. De maneira mais simples, é o número que aquele algarismo representaria sozinho.

Já o valor relativo está relacionado com a posição do algarismo naquele número.

Vamos ver alguns exemplos pra você entender melhor:

Dezena	Unidade
7	8

- ➔ O valor absoluto do algarismo 8 é 8.
- ➔ O valor relativo do algarismo 8 é 8, pois ele está na ordem da unidade simples e corresponde a 8 unidades.
- ➔ O valor absoluto do algarismo 7 é 7.
- ➔ O valor relativo do algarismo 7 é 70, pois ele está na ordem da dezena simples, e, portanto, corresponde a 7 dezenas.

Outro exemplo:

Centena	Dezena	Unidade
2	9	4

- ➔ O valor absoluto do algarismo 4 é 4.
- ➔ O valor relativo do algarismo 4 é 4, pois ele está na ordem da unidade simples e corresponde a 4 unidades simples.
- ➔ O valor absoluto do algarismo 9 é 9.
- ➔ O valor relativo do algarismo 9 é 90, pois ele está na ordem da dezena simples e corresponde a 9 dezenas.
- ➔ O valor absoluto do algarismo 2 é 2.
- ➔ O valor relativo do algarismo 2 é 200, pois está na ordem da centena simples e corresponde a 2 centenas.

Mas professor, e se tiver um zero no número???

Tanto o valor absoluto quanto o valor relativo do zero vai ser zero em qualquer número. Entenda:

Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	2	5	0	3	4

- ➔ O valor absoluto do algarismo 4 é 4.
- ➔ O valor relativo do algarismo 4 é 4, pois ele está na ordem da unidade simples e corresponde a 4 unidades simples.
- ➔ O valor absoluto do algarismo 3 é 3.
- ➔ O valor relativo do algarismo 3 é 30, pois ele está na ordem da dezena simples e corresponde a 3 dezenas.
- ➔ O valor absoluto do algarismo 0 é 0
- ➔ O valor relativo do algarismo 0 é 0, não importando a qual ordem e classe ele pertença.
- ➔ O valor absoluto do algarismo 5 é 5.
- ➔ O valor relativo do algarismo 5 é 5000, pois ele está na ordem da unidade de milhar e corresponde a 5 unidades de milhar.
- ➔ O valor absoluto do algarismo 2 é 2.
- ➔ O valor relativo do algarismo 2 é 20.000, pois ele está na ordem da dezena de milhar e corresponde a 2 dezenas de milhar.

Hora do Exercício – Parte 3

1- Dê o valor absoluto (VA) e o valor relativo (VR) de cada um dos algarismos nos seguintes números:

a)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo		9	4
VA			
VR			

b)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo		4	6
VA			
VR			

c)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo		6	3
VA			
VR			

d)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo		3	7
VA			
VR			

e)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	2	9	4
VA			
VR			

f)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	3	5	6
VA			
VR			

g)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	3	2	9
VA			
VR			

h)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	4	6	7
VA			
VR			

i)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	5	0	7
VA			
VR			

j)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	9	2	6
VA			
VR			

2- Dê o valor absoluto (VA) e o valor relativo (VR) de cada um dos algarismos nos seguintes números:

a)	**Classe**	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo			4	1	3	6
	VA						
	VR						

b)	**Classe**	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo			8	9	2	8
	VA						
	VR						

c)	**Classe**	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo		2	3	5	2	9
	VA						
	VR						

d)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo		1	8	4	3	7
	VA						
	VR						

e)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo		4	5	4	8	5
	VA						
	VR						

f)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo		3	9	7	4	2
	VA						
	VR						

g)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo	1	0	4	2	2	9
	VA						
	VR						

h)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo	3	4	1	1	0	0
	VA						
	VR						

i)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo	4	0	5	2	3	7
	VA						
	VR						

j)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo	**7**	**8**	**9**	**0**	**2**	**6**
	VA						
	VR						

3- Responda as seguintes questões:

a) Qual é o algarismo de maior valor relativo no número 307? Qual é esse valor?

b) Qual é o algarismo de maior valor absoluto no número 9007? Qual é o valor relativo desse algarismo?

c) Qual é o algarismo de menor valor relativo no número 5309? Qual é o valor absoluto desse algarismo?

d) Qual é o algarismo de maior valor absoluto no número 101304? Qual é o valor relativo desse algarismo?

e) Qual é o algarismo de segundo maior valor absoluto no número 106795? Qual é o valor relativo desse algarismo?

f) Qual é o algarismo de segundo menor valor absoluto no número 1549372? Qual é o valor relativo desse algarismo?

g) Qual é o algarismo de maior valor absoluto no número 15607908? Qual é o valor relativo desse algarismo?

h) Qual é o algarismo de segundo maior valor relativo no número 307428? Qual é o valor absoluto desse algarismo?

i) Qual é o algarismo de terceiro menor valor absoluto no número 411207? Qual é o valor relativo desse algarismo?

j) Qual é o algarismo de segundo maior valor absoluto no número 1117982? Qual é o valor relativo desse algarismo?

Decomposição Numérica

Podemos decompor um número de acordo com o valor relativo e o nome da ordem de cada um de seus algarismos. Por exemplo, se pensarmos no número 294:

Centena	Dezena	Unidade
2	**9**	**4**

Temos:

Algarismo	Valor Relativo	Nome com relação a ordem
2	200	Duas centenas
9	90	Nove dezenas
4	4	Quatro unidades

Assim, por decomposição, também podemos nomear esse número como **duas centenas, nove dezenas e quatro unidades.**

Tomando outro número como exemplo, o 413.718:

Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
4	**1**	**3**	**7**	**1**	**8**

Os valores relativos e os nomes das ordens de cada um dos algarismos desse número são:

Algarismo	Valor Relativo	Nome com relação a ordem
4	400.000	Quatro centenas de milhar
1	10.000	Uma dezena de milhar
3	3.000	Três unidades de milhar
7	700	Sete centenas
1	10	Uma dezena
8	8	Oito unidades

Por decomposição, podemos chamar esse número de **quatro centenas de milhar, dez dezenas de milhar, três unidades de milhar, sete centenas, uma dezena e oito unidades.**

Mas professor, e se tiver um zero no número???

Ora, é muito simples. Se tiver um zero ele simplesmente não aparece na decomposição. Veja o exemplo que se segue:

Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
3	**0**	**3**	**0**	**2**	**9**

Algarismo	Valor Relativo	Nome com relação a ordem
3	300.000	Três centenas de milhar
0	0	–
3	3.000	Três unidades de milhar
0	0	–
2	20	Duas dezenas
9	9	Nove unidades

Basta "esquecer" as ordens que possuem o zero e nomear as demais normalmente. Assim, por decomposição, chamamos esse número de **três centenas de milhar, três unidades de milhar, duas dezenas e nove unidades.**

Você Sabia???

É muito comum, no dia a dia, utilizarmos números de acordo com as nomenclaturas de ordens. Veja:

a) Gostaria de comprar **2 centos** de coxinha.

1 cento equivale a 1 centena, logo, 2 centos equivalem a 200 coxinhas. Porém, é muito mais usual pedirmos 2 centos de coxinhas do que duzentas cozinhas.

b) Gostaria de comprar **2 dúzias** de ovos.

1 dúzia equivale a 12. Logo, 2 dúzias são 24 ovos. Porém, é muito mais usual pedirmos 2 dúzias de ovos do que 24 ovos.

c) Gostaria de comprar **1 milheiro** de cartões

1 milheiro equivale a 1 unidade de milhar. Logo, 1 milheiro de cartões equivale a 1000 cartões.

Hora do Exercício – Parte 4

1- Decomponha os seguintes números:

a)	97:
b)	50:
c)	36:
d)	79:
e)	204:
f)	678:
g)	364:
h)	412:
i)	934:
j)	476:

2- Decomponha os seguintes números:

a)	1034:
b)	2043:
c)	3458:
d)	8975:
e)	12578:
f)	97536:
g)	22576:
h)	67907:
i)	40036:

j)	78307:

3- Decomponha os seguintes números:

a)	102007:
b)	723677:
c)	296486:
d)	304686:
e)	405007:
f)	512637:
g)	975315:
h)	800006:
i)	726048:
j)	678924:

4- Complete com os números correspondentes:

a) 2 unidades =	b) 4 unidades =	c) 1 dezena =
d) 1 dúzia =	e) 1 centena =	f) 1 milheiro =
g) 2 dúzias =	h) 3 dezenas =	i) 2 milheiros =
j) 2 dezenas =	k) 3 dúzias =	l) 3 milheiros =

Números Ordinais

Os números ordinais indicam ordem ou posição. Com eles conseguimos saber, por exemplo, a ordem de chegada dos atletas numa corrida de rua, por exemplo. O Atleta que vence é sempre o primeiro colocado, e representamos isso numericamente dizendo que o atleta ficou em 1º colocado. Podemos dizer também que o atleta conseguiu a 1ª posição.

Na tabela a seguir temos, escritos por extenso, os números ordinais mais importantes e usuais no dia a dia.

1º	Primeiro	24º	Vigésimo quarto
2º	Segundo	25º	Vigésimo quinto
3º	Terceiro	26º	Vigésimo sexto
4º	Quarto	27º	Vigésimo sétimo
5º	Quinto	28º	Vigésimo oitavo
6º	Sexto	29º	Vigésimo nono
7º	Sétimo	30º	Trigésimo
8º	Oitavo	40º	Quadragésimo
9º	Nono	50º	Quinquagésimo
10º	Décimo	60º	Sexagésimo
11º	Décimo primeiro	70º	Septuagésimo
12º	Décimo segundo	80º	Octogésimo
13º	Décimo terceiro	90º	Nonagésimo
14º	Décimo quarto	100º	Centésimo
15º	Décimo quinto	200º	Ducentésimo
16º	Décimo sexto	300º	Tricentésimo
17º	Décimo sétimo	400º	Quadringentésimo
18º	Décimo oitavo	500º	Quingentésimo
19º	Décimo nono	600º	Sexcentésimo
20º	Vigésimo	700º	Septingentésimo
21º	Vigésimo primeiro	800º	Octingentésimo
22º	Vigésimo segundo	900º	Noningentésimo
23º	Vigésimo terceiro	1000º	Milésimo

Para representar por extenso algum número ordinal qualquer, utilizamos as informações da tabela acima unindo-as quando necessário. Vejam alguns exemplos pra ficar mais claro:

a) 32: Trigésimo segundo.
b) 57: Quinquagésimo sétimo.
c) 109: Centésimo nono.
d) 313: Tricentésimo décimo terceiro.
e) 679: Sexcentésimo septuagésimo nono.
f) 913: Noningentésimo décimo terceiro
g) 1449: Milésimo quadringentésimo quadragésimo nono.
h) 4393: Quarto milésimo tricentésimo nonagésimo terceiro.

Num número qualquer, também podemos classificar as ordens de acordo com os números ordinais, chamando, por exemplo, a ordem das unidades simples de 1ª ordem, a ordem das dezenas simples de 2ª ordem, a ordem das centenas simples de 3ª ordem, e assim por diante. Por exemplo, no número 263, o algarismo **3** ocupa a **1ª ordem**, o algarismo **6** ocupa a **2ª ordem** e o algarismo **2** ocupa a **3ª ordem**.

Arredondamento Numérico

Ordenando-se os algarismos que compõe o sistema numérico decimal, temos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Muitas vezes é necessário “aproximar” um número formado por esses algarismos para outro número a fim de facilitar os cálculos. Esse processo de “aproximação” é chamado de **arredondamento**.

Para entender como funciona o arredondamento, vamos tomar como exemplo o número 552984.

Classes	Milhares			Unidades simples		
Ordens	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	5	2	9	8	4

Os arredondamentos podem ser feitos para cada uma das ordens com exceção da unidade. Assim, no caso do 552984, podemos arredondá-lo para a ordem das dezenas, centenas, unidade de milhar, dezena de milhar e centena de milhar. Para efetuar o arredondamento, seguimos algumas regras:

- ➔ Ao efetuar o arredondamento para a ordem mais próxima, todos os algarismos que vêm após essa ordem se tornarão 0 após o arredondamento;
- ➔ O algarismo da ordem que está sendo arredondada deverá se manter se o algarismo que vem imediatamente após ele for menor do que 5, ou seja, se for 0, 1, 2, 3, 4;
- ➔ O algarismo da ordem que está sendo arredondada passará para o próximo se o algarismo que vem imediatamente após ele for maior ou igual a 5, ou seja, se for 5, 6, 7, 8 ou 9;
- ➔ Se o algarismo da ordem que está sendo arredondada for 9 e o algarismo que vem imediatamente após ele for maior ou igual a 5, ou seja, se for 5, 6, 7, 8 ou 9, a ordem arredondada passará a ser 0 e o algarismo da ordem que vem imediatamente antes dele deverá passar para o próximo.

- Para compreender melhor, vamos arredondar o número 552984 para a **dezena mais próxima.**

Classes	Milhares			Unidades simples		
Ordens	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	5	2	9	8	4

Como o algarismo que vem logo após a dezena (no caso, o algarismo da unidade) é 4, e 4 é menor do que 5, o algarismo da dezena se mantém. Todos os algarismos que vêm após a dezena passarão a ser 0. Assim, após o arredondamento para a dezena mais próxima, temos:

552.984 arredondado para a Dezena mais próxima						
Classes	Milhares			Unidades simples		
Ordens	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	5	2	9	8	0

- Agora, arredondando o 552984 para a **centena mais próxima**:

Classes	Milhares			Unidades simples		
Ordens	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	5	2	9	8	4

Como o algarismo que vem logo após a centena (no caso, o algarismo da dezena) é 8, e 8 é maior do que 5, o algarismo da centena deverá passar para o próximo. Nesse caso, como o algarismo da centena é 9, ele passará a ser 0. Além disso, a ordem imediatamente anterior à centena (unidade de milhar) também deverá passar para o próximo. Assim, na unidade de milhar, o algarismo que é 2 passará a ser 3. Todos os algarismos que vem após a centena passarão a ser 0. Assim, após o arredondamento, temos:

552.984 arredondado para a centena mais próxima						
Classes	Milhares			Unidades simples		
Ordens	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	5	3	0	0	0

- Arredondando agora para a **unidade de milhar mais próxima**:

Classes	Milhares			Unidades simples		
Ordens	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	5	2	9	8	4

Como o algarismo que vem logo após a unidade de milhar (no caso, o algarismo da centena) é 9, e 9 é maior do que 5, o algarismo da unidade de milhar deverá passar para o próximo. Assim, como esse algarismo é 2, ele passará a ser 3. Todos os algarismos que vem após a unidade de milhar passarão a ser 0. Assim, após o arredondamento, temos:

552.984 arredondado para a unidade de milhar mais próxima						
Classes	Milhares			Unidades simples		
Ordens	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	5	3	0	0	0

- Arredondando agora para a **dezena de milhar mais próxima**:

Classes	Milhares			Unidades simples		
Ordens	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	5	2	9	8	4

Como o algarismo que vem logo após a dezena de milhar (no caso, o algarismo da unidade de milhar) é 2, e 2 é menor do que 5, o algarismo da dezena de milhar se mantém. Todos os algarismos que vem após a dezena de milhar passarão a ser 0. Assim, após o arredondamento, temos:

552.984 arredondado para a dezena de milhar mais próxima						
Classes	Milhares			Unidades simples		
Ordens	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	5	0	0	0	0

- Arredondando agora para a **centena de milhar mais próxima**:

Classes	Milhares			Unidades simples		
Ordens	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	5	2	9	8	4

Como o algarismo que vem logo após a centena de milhar (no caso, o algarismo da dezena de milhar) é 5, e 5 é igual a 5, o algarismo da centena de milhar deverá passar para o próximo. Assim, como o algarismo da centena de milhar é 5, ele passará a ser 6. Todos os algarismos que vem após a centena de milhar passarão a ser 0. Assim, após o arredondamento, temos:

552.984 arredondado para a centena de milhar mais próxima						
Classes	Milhares			Unidades simples		
Ordens	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	6	0	0	0	0	0

Assim, dispondo o número 552984 arredondado para cada uma de suas ordens, temos:

Arredondamento do número 552.984 para:	
Dezena	552.980
Centena	553.000
Unidade de milhar	553.000
Dezena de milhar	550.000
Centena de milhar	600.000

Hora do Exercício – parte 5

1- Escreva por extenso os seguintes números ordinais.

a)	1º:
b)	2º:
c)	5º:
d)	16º:

e)	22°:
f)	38°:
g)	45°:
h)	56°:
i)	47°:
j)	69°:

2- Escreva os seguintes números na forma ordinal:

a)	112°:
b)	179°:
c)	268°:
d)	345°:
e)	428°:
f)	475°:
g)	503°:
h)	607°:
i)	737°:
j)	1256°:

3- Arredonde os seguintes números conforme o que se pede.

a)	172 para a dezena mais próxima:
b)	14 para a dezena mais próxima:
c)	375 para a centena mais próxima:
d)	1242 para a dezena mais próxima:
e)	2247 para a centena mais próxima:
f)	3478 para a centena mais próxima:
g)	3698 para a unidade de milhar mais próxima:
h)	5648 para a dezena mais próxima:
i)	3576 para a unidade de milhar mais próxima:
j)	8965 para a centena mais próxima:
k)	6005 para a centena mais próxima:
l)	7984 para a unidade de milhar mais próxima:

4- Arredonde os seguintes números conforme o que se pede.

a)	136532 para a centena mais próxima:

b) 365823 para a unidade de milhar mais próxima:
c) 568412 para a centena de milhar mais próxima:
d) 3682354 para a centena de milhar mais próxima:
e) 2658932 para a dezena de milhar mais próxima:
f) 3503680 para dezena de milhar mais próxima:
g) 10369851 para a unidade de milhão mais próxima:
h) 36868256 para a dezena de milhão mais próxima:
i) 6985354 para a centena de milhar mais próxima:
j) 2568349 para a unidade de milhar mais próxima:
k) 8405698 para a unidade de milhão mais próxima:
l) 15368954 para a centena de milhar mais próxima:

Treinando para os concursos!

1- (CMPA – 2018) Em 2015, de acordo com a Agência Nacional de Petróleo, o Brasil vendeu, ao todo, 41.137.401.507 litros de gasolina. Sobre este número, são feitas as seguintes afirmações:

I. Possui 4 ordens e 11 classes.
II. Os dois algarismos 4 possuem o mesmo valor absoluto.
III. O algarismo 1 que possui o maior valor relativo ocupa a ordem das unidades de bilhão.
IV. O algarismo 3 ocupa a ordem das dezenas de milhar.

São verdadeiras, apenas.
a) II e III
b) III e IV
c) I e IV
d) II, III e IV
e) I, II e III

2- (CMCG – 2018) Leia o texto para responder à questão que se segue:
Estima-se que a cada 20 segundos nasça um novo brasileiro. O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) exibe em seu site uma projeção instantânea da população brasileira. Por exemplo, a figura abaixo exibe uma estimativa da população brasileira às 7 horas, 53 minutos e 25 segundos do dia 12 de junho de 2017, que seria de 207.596.318 habitantes.
Analise as afirmações em relação ao número 207.596.318.

I. Possui 3 classes.
II. O algarismo 9 é da ordem das dezenas de milhar.
III. Sua escrita correta é duzentos e sete milhões quinhentos e noventa e seis mil e trezentos e dezoito.

As afirmativas verdadeiras são:
a) Apenas I e II.
b) Apenas I e III.
c) Apenas II e III.
d) I, II e III.
e) Nenhuma.

3- (EPDP - 2019) Joaquim tem dois irmãos. O irmão mais velho de Joaquim tem 12 anos, e o irmão mais novo tem 10 anos. Nenhum dos irmãos têm hoje a mesma idade. Assim sendo, pode-se afirmar que Joaquim tem:
a) 10 anos e foi o primeiro dos irmãos a nascer.
b) 12 anos e foi o último dos irmãos a nascer.
c) 11 anos e foi o segundo dos irmãos a nascer.
d) 9 anos e foi o primeiro dos irmãos a nascer.
e) 7 anos e foi o último dos irmãos a nascer.

4- (CMSM - 2015) A Copa do Mundo de 2014 teve o segundo maior público da história do torneio. O Maracanã, no Rio de Janeiro, recebeu **74 738** torcedores na final da Copa, sendo esse o público recorde na última edição.

Imagem extraída da Internet

O número de torcedores presentes, no Maracanã, na final da Copa, escrito por extenso, é:
a) Setenta e quatro, setecentos e trinta e oito.
b) Setecentos e quarenta e sete mil e trinta e oito.
c) Sete milhões, quatro mil e setecentos e trinta e oito.
d) Setenta e quatro mil, setecentos e trinta e oito.
e) Setenta e quatro milhões, setecentos e trinta e oito mil.

5- (EPDP - 2019) Segundo o IBGE, a população da cidade de Curitiba atualmente é estimada em 1908359 habitantes. Escrevendo-se esse número por extenso tem-se:
a) Um milhão, novecentos e oitenta mil trezentos e cinquenta e nove.
b) Um milhão, noventa e oito mil trezentos e cinquenta e nove.
c) Um milhão, novecentos e oito mil trezentos e cinquenta e nove.
d) Um milhão, novecentos e oito mil trezentos e nove.
e) Um milhão, oito mil trezentos e cinquenta e nove.

6- (CMC-2019) Os arredondamentos são muitos úteis nas atividades do dia a dia, pois em muitos casos, basta conhecer um valor aproximado para tomar decisões. Sabendo-se que a população do Brasil é igual a 207 660 929 habitantes o valor aproximado desse número arredondando-o para a centena de milhar mais próxima é igual a:

a) 207 600 000
b) 207 000 000
c) 207 700 000
d) 208 000 000
e) 208 600 000

7- (CPM - 2016) A região Norte, com cerca de três milhões, oitocentos e noventa e seis mil e seiscentos quilômetros quadrados, é a maior região brasileira. Esse número escrito com algarismos é?

a) 3 000 000 000.
b) 3 986 600.
c) 3 869 600.
d) 3 896 600.

8- (CMR - 2019) **NASA manda nave (Parker Solar Probe) ao sol...**

A ousada missão espacial, uma das mais complexas de toda a história de seis décadas da NASA, deve custar cerca de US$ 1,5 bilhão e, esperam os cientistas, ajudar a responder uma série de dúvidas astronômicas. A missão Parker Solar vai se aproximar do Sol (2,1 mil km) como nenhuma outra antes, e um escudo protetor de quase 12 centímetros de espessura, feito de um composto de carbono, vai protegê-la do intenso calor (2.000.000 de graus Celsius) e da radiação presente.

Sabendo que a distância média da terra ao sol é igual a **149600000 km**, esse número no nosso sistema de numeração decimal possui as seguintes ordens e classes:

a) 3 ordens e 6 classes.
b) 9 ordens e 3 classes.
c) 6 ordens e 3 classes.
d) 9 ordens e 9 classes.
e) 3 ordens e 9 classes.

9- (CMJF - 2020) Estima-se que o total de humanos que já viveram na Terra seja de aproximadamente 107 bilhões. Sobre este número, pode-se afirmar corretamente que possui exatamente:

a) Onze ordens.
b) Todos os algarismos ímpares.
c) Dez algarismos iguais a zero.
d) Treze algarismos.
e) Cinco classes.

10- (EPDP - 2019) Maria decide fazer uma festa de aniversário para seu filho Geraldo. Para isso, encomendou 1 cento de coxinhas e 1 cento de brigadeiros. Quantos salgados foram encomendados no total?

a) 100.
b) 200.
c) 300.
d) 400.

11- (EPDP - 2019) A mãe de Jorginho pede pra ele ir ao supermercado e trazer 2 dúzias de ovos. Quantos ovos Jorginho deverá comprar no total?

a) 3.
b) 6.
c) 12.
d) 20.
e) 24.

12- (CPM - 2014) O número do bilhete premiado num sorteio da Loteria Federal foi de 6 dezenas de milhar, 4 centenas, 8 dezenas e 3 unidades. O número sorteado foi:

a) 6483.
b) 60483.
c) 64083.
d) 64830.

13- (EPDP - 2019) Mega sena é um jogo de sorte que dá ao "sortudo" prêmios altíssimos, que ultrapassam os milhares de reais. Em 2013, um dos ganhadores foi de Curitiba, faturando um prêmio de R$56.169.405. Arredondando esse número para a centena de milhar mais próxima, temos:

a) 56.000.000
b) 57.000.000
c) 56.100.000
d) 56.200.000
e) 56.170.000

14- (EPDP - 2019) Calvin apostou uma corrida com seus sete amigos. Sobre as colocações dos corredores tem-se as seguintes informações:

- Calvin perdeu para o 5º colocado.
- Calvin não ficou em último.

Baseado nas informações fornecidas, pode-se afirmar que:

a) Calvin pode ter ganhado a corrida.
b) Calvin certamente ficou em 6º.
c) Calvin pode ter ocupado uma das quatro primeiras posições.
d) Calvin ficou em último colocado.
e) Calvin ficou em 6º ou 7º colocado.

15- (CMC - 2014) Na aula de Matemática do sexto ano, o Professor Gabriel pediu para cinco alunos decomporem o número **15.376.** Os alunos deram as seguintes respostas:

Daniel: uma dezena de milhar, cinco centenas de milhar, três unidades de milhar, sete dezenas e seis unidades.

Leandro: uma centena de milhar, cinco dezenas de milhar, três unidades de milhar, sete dezenas e seis unidades.

Luiza: uma dezena de milhar, cinco unidades de milhar, três centenas, sete dezenas e seis unidades.

Marcus: uma dezena de milhar, cinco centenas de milhar, três centenas, sete dezenas e seis unidades.

Santinha: uma centena de milhar, cinco dezenas de milhar, três centenas, sete dezenas e seis unidades.

O aluno que acertou a decomposição foi:

a) Daniel
b) Leandro
c) Luiza
d) Marcus
e) Santinha

Capítulo 2 – Adição e Subtração de Números Naturais

O Conjunto dos Números Naturais

Os números usados para contar, ordenar, codificar e, em alguns casos, medir, são chamados números naturais. Podemos representá-los em um conjunto que é nomeado pelo símbolo $\mathbb{N}$:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$$

Como o conjunto dos números naturais é infinito, é impossível representá-lo com todos os seus elementos. Assim, colocamos reticências para indicar que o conjunto é infinito.

Dois números naturais são chamados consecutivos quando um vem imediatamente após o outro. Por exemplo: os números 4 e 5 são consecutivos, pois o 5 vem logo depois do 4. Da mesma forma, podemos também dizer que os números 7, 8, 9 e 10 são consecutivos, já que um vem imediatamente após o outro.

Dizemos ainda que um conjunto de números está ordenado em **ordem crescente** quando, em sequência, os números que compõe o conjunto estão sempre aumentando. Veja o exemplo do conjunto que chamaremos de conjunto A.

$$A = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$$

Do mesmo modo, se o conjunto está ordenado de maneira que de um pro outro ele sempre decresce, ou seja, diminui, dizemos que o conjunto está em **ordem decrescente**. Por exemplo, o conjunto B:

$$B = \{9, 7, 5, 3, 1\}$$

Adição no Conjunto dos Naturais

A adição, de uma maneira bem simples, é uma operação matemática que dá ideia de juntar duas coisas. De maneira prática, se você tem 2 balas e ganha mais 3 do seu amigo, você ficará com 5 balas. A operação realizada para descobrir o resultado 5 é uma adição: 2 + 3.

Numa adição qualquer temos os seguintes nomes para cada termo:

$$\begin{array}{rl} 5 & \rightarrow 1^{a} \text{ parcela} \\ +\ 4 & \rightarrow 2^{a} \text{ parcela} \\ \hline 9 & \rightarrow \text{Soma} \end{array}$$

A adição de números naturais menores que 10 pode ser efetuada contando nos dedos, onde cada dedo, contado a partir de um dos números que está sendo somado, corresponde a uma unidade a mais. **No entanto, é conveniente que nos acostumemos a não utilizar os dedos nessa contagem, devemos treinar pra efetuar essas operações rapidamente sem contar nos dedos! Pratique isso nos exercícios!**

Quando possuir números maiores do que 10, devemos alinhar os algarismos de acordo com suas ordens para efetuar as operações. Por exemplo:

$$\begin{array}{ccc} & D & U \\ & 1 & 7 \\ + & 1 & 2 \\ \hline & & \end{array} \xrightarrow[]{\text{Na unidade } 7+2=9} \begin{array}{ccc} & D & U \\ & 1 & 7 \\ + & 1 & 2 \\ \hline & & 9 \end{array} \xrightarrow[]{\text{Na dezena } 1+1=2} \begin{array}{ccc} & D & U \\ & 1 & 7 \\ + & 1 & 2 \\ \hline & 2 & 9 \end{array}$$

As letras U e D nas primeiras linhas de cada coluna representam as ordens, que foram vistas na primeira aula: unidade simples e dezena simples, respectivamente.

Observe que unidade e dezena simples dos números estão alinhadas. Dessa forma, podemos efetuar a soma corretamente, iniciando sempre pela ordem das unidades simples, que está mais pra direita, e prosseguindo pra esquerda.

Há casos em que a soma em uma das ordens ultrapassa o valor de 9, como no exemplo abaixo.

$$\begin{array}{ccc} & D & U \\ & 3 & 7 \\ + & 4 & 8 \\ \hline & & \end{array}$$

Nesses casos, temos na ordem das unidades 7 + 8 = 15. Assim, o que se faz é manter na ordem das unidades o número 5 e adicionar o 1 na ordem das dezenas. Fazemos isso colocando o número 1 "pequenininho" em cima da 1ª parcela da dezena para facilitar o raciocínio. Na sequência, efetuamos a soma. Veja:

$$\begin{array}{ccc} & D & U \\ & & \\ & 3 & 7 \\ + & 4 & 8 \\ \hline & & \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe 1 na dezena}]{7+8=15 \text{ Na unidade}} \begin{array}{ccc} & D & U \\ & {\scriptstyle 1} & \\ & 3 & 7 \\ + & 4 & 8 \\ \hline & & 5 \end{array} \xrightarrow[]{1+3+4=8 \text{ na dezena}} \begin{array}{ccc} & D & U \\ & {\scriptstyle 1} & \\ & 3 & 7 \\ + & 4 & 8 \\ \hline & 8 & 5 \end{array}$$

Essa ideia pode ser estendida pra adição de números maiores. Observe o seguinte exemplo:

$$\begin{array}{cccc} & & & \\ & 1 & 4 & 9 \\ + & & 3 & 5 \\ \hline & & & \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe 1}]{9+5=14} \begin{array}{cccc} & & {\scriptstyle 1} & \\ & 1 & 4 & 9 \\ + & & 3 & 5 \\ \hline & & & 4 \end{array} \xrightarrow[]{4+3+1=8} \begin{array}{cccc} & & {\scriptstyle 1} & \\ & 1 & 4 & 9 \\ + & & 3 & 5 \\ \hline & & 8 & 4 \end{array} \xrightarrow[]{\text{Baixa o 1}} \begin{array}{cccc} & & {\scriptstyle 1} & \\ & 1 & 4 & 9 \\ + & & 3 & 5 \\ \hline & 1 & 8 & 4 \end{array}$$

Assim, 149 + 35 = 184. Outro exemplo:

$$\begin{array}{cccc} & & & \\ & 3 & 5 & 7 \\ + & 4 & 7 & 1 \\ \hline & & & \end{array} \xrightarrow[]{7+1=8} \begin{array}{cccc} & & & \\ & 3 & 5 & 7 \\ + & 4 & 7 & 1 \\ \hline & & & 8 \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe 1}]{5+7=12} \begin{array}{cccc} & {\scriptstyle 1} & & \\ & 3 & 5 & 7 \\ + & 4 & 7 & 1 \\ \hline & & 2 & 8 \end{array} \xrightarrow[]{3+4+1=8} \begin{array}{cccc} & {\scriptstyle 1} & & \\ & 3 & 5 & 7 \\ + & 4 & 7 & 1 \\ \hline & 8 & 2 & 8 \end{array}$$

Assim, 357 + 471 = 828. Agora vamos resolver um exemplo com números que tenham algarismos na classe dos milhares:

$$\begin{array}{rccccc}
 & 3 & 5 & 4 & 3 & 7 \\
+ & & 8 & 2 & 3 & 6 \\
\hline
\end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 6+7=13 \\ \text{Sobe 1} \end{array}
\qquad
\begin{array}{rccccc}
 & & & & 1 & \\
 & 3 & 5 & 4 & 3 & 7 \\
+ & & 8 & 2 & 3 & 6 \\
\hline
 & & & & & 3
\end{array} \rightarrow 3+3+1=7$$

$$\begin{array}{rccccc}
 & & & & 1 & \\
 & 3 & 5 & 4 & 3 & 7 \\
+ & & 8 & 2 & 3 & 6 \\
\hline
 & & & & 7 & 3
\end{array} \rightarrow 4+2=6
\qquad
\begin{array}{rccccc}
 & & & & 1 & \\
 & 3 & 5 & 4 & 3 & 7 \\
+ & & 8 & 2 & 3 & 6 \\
\hline
 & & & 6 & 7 & 3
\end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 5+8=13 \\ \text{Sobe 1} \end{array}$$

$$\begin{array}{rccccc}
 & 1 & & & 1 & \\
 & 3 & 5 & 4 & 3 & 7 \\
+ & & 8 & 2 & 3 & 6 \\
\hline
 & & 3 & 6 & 7 & 3
\end{array} \rightarrow 3+1=4
\qquad
\begin{array}{rccccc}
 & 1 & & & 1 & \\
 & 3 & 5 & 4 & 3 & 7 \\
+ & & 8 & 2 & 3 & 6 \\
\hline
 & 4 & 3 & 6 & 7 & 3
\end{array}$$

Assim, $35437 + 8236 = 43673$.

A Adição e a Propriedade Comutativa

Dizemos que a adição é comutativa. Mas o que isso significa? Significa que se invertermos a ordem das parcelas, a soma ou resultado será o mesmo. Veja os exemplos:

$$\begin{array}{ccc}
10 + 5 = 15 & \longleftrightarrow & 5 + 10 = 15 \\
32 + 4 = 36 & \longleftrightarrow & 4 + 32 = 36 \\
72 + 15 = 87 & \longleftrightarrow & 15 + 72 = 87 \\
158 + 235 = 393 & \longleftrightarrow & 235 + 158 = 393
\end{array}$$

O Elemento Neutro da Adição

A ideia de elemento neutro na adição vem quando pensamos em um número que, quando somado a qualquer outro número, resulte nesse segundo número.

Por exemplo, que número devemos somar ao 8 pra que o resultado dê o próprio 8? Ou que número devemos somar ao número 15 pra que o resultado dê o próprio 15?

Para ambas as perguntas, a resposta é 0. Quando somamos 0 a qualquer outro número o resultado vai ser esse mesmo número. Por isso dizemos que 0 é o elemento neutro da adição. Veja os exemplos:

$$\begin{array}{ccc}
13 + 0 = 13 & 25 + 0 = 25 & 96 + 0 = 96 \\
0 + 258 = 258 & 3578 + 0 = 3578 & 0 + 10596 = 10596
\end{array}$$

Adição com Mais de Duas Parcelas

Podemos efetuar adição com mais de duas parcelas da mesma maneira que efetuamos as adições de duas parcelas. Para isso, devemos somar todos os termos presentes em cada uma das ordens, sempre começando das unidades simples indo pra esquerda, conforme já foi visto. Abaixo temos alguns exemplos:

	1	9
+	3	5
	2	2

→ Nas unidades: 9+5+2=16

		1
	1	9
+	3	5
	2	2
		6

→ Nas dezenas: 1+1+3+2=7

	1	
	1	9
+	3	5
	2	2
	7	6

Uma adição com quatro parcelas:

	2	9	9
+	1	3	6
		8	7
		2	8

→ Nas unidades: 9+6+7+8=30

		3	
	2	9	9
+	1	3	6
		8	7
		2	8
			0

→ Nas dezenas: 3+9+3+8+2=25

	2	1	
	2	9	9
+	1	3	6
		8	7
		2	8
		5	0

→ Nas centenas: 2+2+1=5

	2	1	
	2	9	9
+	1	3	6
		8	7
		2	8
	5	5	0

A troca na ordem das parcelas da adição não altera a soma. A esse fato, damos o nome de **propriedade associativa da adição**, pois podemos associar as parcelas em quaisquer ordens e o resultado permanecerá o mesmo.

Decomposição Numérica em Soma

Um número natural pode ser decomposto na soma dos valores relativos de cada algarismo. Como exemplo, vamos decompor o número 30195

Algarismo	Valor Relativo
3	30000
0	0
1	100
9	90
5	5

Assim, a decomposição do número 30195 em uma soma é dada da seguinte maneira:

$$30195 = 30000 + 0 + 100 + 90 + 5$$

No entanto, como o 0 é fator neutro da soma, não precisamos colocá-lo na decomposição. Assim, temos somente:

$$30195 = 30000 + 100 + 90 + 5$$

Hora do Exercício – Parte 1

1– Efetue as seguintes adições (evite contar nos dedos):

a) 24+32 =	b) 45+87 =	c) 96+12 =	d) 55+0 =
e) 128+0 =	f) 762+408 =	g) 843+537 =	h) 1253+0 =
i) 736 + 581 =	j) 1325+574 =	k) 2563+1483 =	l) 5238+1672 =

2– Efetue as seguintes adições (evite contar nos dedos):

a) 14+28+25 =	b) 15+48+27 =	c) 36+62+17 =	d) 116+85+44 =

e) 226+528+468 =	f) 752+698+158 =	g) 379+258+624 =	h) 1452+0+365 =
i) 366+725+330 =	j) 1258+145+204 =	k) 2563+1483+58 =	l) 3003+258+1024 =

3– Decomponha os seguintes números em somas:

a) 1258 =	b) 3658 =
c) 4852 =	d) 10359 =
e) 28635 =	f) 10232 =
g) 36987 =	h) 10236 =
i) 15825 =	j) 101352 =
k) 603868 =	l) 1025863 =

Subtração no conjunto dos naturais

A subtração é uma operação que dá ideia de retirada ou perda. Por exemplo, se você tem 5 balas e dá 3 balas pra um amigo, ficará com 2 balas. A operação realizada pra chegar a esse resultado é 5 – 3 = 2.

Numa subtração qualquer temos os seguintes nomes pra cada termo:

$$\begin{array}{rl} 5 & \rightarrow \text{Minuendo} \\ -\ 3 & \rightarrow \text{Subtraendo} \\ \hline 2 & \rightarrow \text{Diferença ou resto} \end{array}$$

No conjunto dos naturais, apenas podemos efetuar subtrações quando o minuendo é maior ou igual ao subtraendo. Efetuamos as operações de subtração ordem após ordem, iniciando pelas unidades. Podemos contar nos dedos quanto falta do subtraendo para se igualar no minuendo, **porém a ideia é que nos habituemos a efetuar essas operações mentalmente, para que, com o tempo, nos tornemos cada vez mais rápidos.** Veja os seguintes exemplos:

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 2 & 7 \\ - & 1 & 2 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[7-2=5]{\text{Na unidade}} \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 2 & 7 \\ - & 1 & 2 \\ \hline & & 5 \end{array} \xrightarrow[2-1=1]{\text{Na dezena}} \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 2 & 7 \\ - & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 5 \end{array}$$

Dessa forma, temos que 27−12 = 15.

Mas e quando a ordem do minuendo é menor do que a ordem do subtraendo? Como fazemos a subtração? Por exemplo:

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 4 \\ - & 1 & 8 \\ \hline \end{array}$$

Nesse caso devemos “emprestar” uma unidade da ordem à esquerda para que seja possível efetuar a operação de subtração. No exemplo acima, a ordem da dezena (algarismo 3) empresta uma unidade, e a ordem da unidade (algarismo 4), ao “receber” essa unidade, torna-se 14, podendo-se então continuar a operação. Veja como fazemos isso:

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & \overset{2}{\cancel{3}} & {}_{1}4 \\ - & 1 & 8 \\ \hline \end{array}$$

Assim, a ordem que “empresta” reduz uma unidade e a ordem que “recebe” a unidade torna-se um número maior, podendo-se então efetuar a operação. Prosseguindo, temos:

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & \overset{2}{\cancel{3}} & {}_{1}4 \\ - & 1 & 8 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[14-8\,=\,6]{} \begin{array}{rcc} & D & U \\ & \overset{2}{\cancel{3}} & {}_{1}4 \\ - & 1 & 8 \\ \hline & & 6 \end{array} \xrightarrow[2-1\,=\,1]{} \begin{array}{rcc} & D & U \\ & \overset{2}{\cancel{3}} & {}_{1}4 \\ - & 1 & 8 \\ \hline & 1 & 6 \end{array}$$

Podemos estender esse raciocínio para números maiores, fazendo mais de um “empréstimo” caso seja necessário. veja 1322−945.

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 3 & 2 & 2 \\ - & & 9 & 4 & 5 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[\text{1 do 2 ao lado}]{} \text{Último 2 empresta} \quad \begin{array}{rcccc} & 1 & 3 & \overset{1}{\cancel{2}} & {}_{1}2 \\ - & & 9 & 4 & 5 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[12-5=7]{} \begin{array}{rcccc} & 1 & 3 & \overset{1}{\cancel{2}} & {}_{1}2 \\ - & & 9 & 4 & 5 \\ \hline & & & & 7 \end{array} \xrightarrow[\text{1 empresta 1 do 3}]{}$$

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & \overset{2}{\cancel{3}} & \overset{11}{\cancel{2}} & {}_{1}2 \\ - & & 9 & 4 & 5 \\ \hline & & & & 7 \end{array} \xrightarrow[11-4=7]{} \begin{array}{rcccc} & 1 & \overset{2}{\cancel{3}} & \overset{11}{\cancel{2}} & {}_{1}2 \\ - & & 9 & 4 & 5 \\ \hline & & & 7 & 7 \end{array} \xrightarrow[\text{2 empresta 1 do 1 ao lado}]{} \begin{array}{rcccc} & \overset{0}{\cancel{1}} & \overset{12}{\cancel{3}} & \overset{11}{\cancel{2}} & {}_{1}2 \\ - & & 9 & 4 & 5 \\ \hline & & & 7 & 7 \end{array} \xrightarrow[12-9=3]{}$$

$$\begin{array}{rrrrr} & 0 & 12 & 11 & \\ & \cancel{1} & \cancel{3} & \cancel{2} & {}^{1}2 \\ - & & 9 & 4 & 5 \\ \hline & & 3 & 7 & 7 \end{array} \xrightarrow[\text{Baixa o 0}]{} \begin{array}{rrrrr} & 0 & 12 & 11 & \\ & \cancel{1} & \cancel{3} & \cancel{2} & {}^{1}2 \\ - & & 9 & 4 & 5 \\ \hline & 0 & 3 & 7 & 7 \end{array}$$

Portanto, 1322−945 = 377.

A Subtração com 0 e a Subtração de um Número com Ele Mesmo

Ao subtrairmos 0 de um número qualquer, o resultado sempre será ele mesmo. **No entanto, isso não significa que o 0 seja elemento neutro da subtração. A subtração não tem fator neutro, já que se fizermos a operação contrária (0 menos esse número) o resultado não será o mesmo.** Na verdade, essa operação nem é possível no conjunto dos números naturais. Veja nos exemplos:

25−0 = 25	0−25 = ???
32−0 = 32	0−32 = ???
114−0 = 114	0−114 = ???

As operações da coluna da direita são possíveis, mas não estão envolvidas no conjunto dos números naturais, portanto não fazem parte do nosso estudo.

Um outro caso interessante pra nós é quando subtraímos um número dele mesmo. Por exemplo, se você tem 5 balas e dá as 5 balas pra um amigo, com quantas fica? Com 0 (zero)! Portanto, a ideia é bem simples: sempre que subtraímos um número dele mesmo o resultado é 0. Veja os exemplos:

42−42 = 0	58−58 = 0
192−192 = 0	329−329 = 0

Hora do Exercício – Parte 2

1− Efetue as seguintes operações de subtração:

a) 85−12 =	b) 382−71 =	c) 477−216 =	d) 673−412

e) 614–0 =	f) 817–429 =	g) 1286–0 =	h) 2001–1827 =
i) 3112–2486 =	j) 7011–7011 =	k) 10586–9423 =	l) 10000–5836 =

2– Efetue as seguintes operações de subtração:

a) 10586–9824 =	b) 58368–54203 =	c) 76389–16582 =	d) 62397–62397 =
e) 72582–9752 =	f) 101325–0 =	g) 745362–142982 =	h) 896325–489621 =
i) 845368–17253	j) 7056398–152014	k) 9852172–0	l) 900000–236845

Sucessor e Antecessor

Chamamos de sucessor de um número natural, aquele que vem imediatamente após esse número na ordem numérica. Por exemplo, sabemos que após o número 7 vem o número 8. Logo, 8 é o sucessor de 7. Podemos dizer também que 7 e 8 são números consecutivos.

Chamamos de antecessor de um número natural, aquele que vem imediatamente antes desse número na ordem numérica. Por exemplo, sabemos que antes do número 7 vem o número 6. Logo, 6 é o antecessor de 7. Podemos dizer ainda que 6, 7 e 8 são números consecutivos.

Adição x Subtração: Relações entre as Operações

Estudamos acima as operações de adição e subtração. No entanto, precisamos também entender que entre essas duas operações existe uma relação.

Como assim relação entre adição e subtração, professor?

Calma, vamos esclarecer isso! Observe o seguinte exemplo de adição:

$$\begin{array}{rrl} & 5 & \rightarrow \text{1ª parcela} \\ + & 4 & \rightarrow \text{2ª parcela} \\ \hline & 9 & \rightarrow \text{Soma} \end{array}$$

Sabemos que somando-se as duas parcelas da adição chegamos ao resultado, que chamamos de soma. Mas também precisamos entender o seguinte: Se subtrairmos qualquer uma das parcelas da soma (resultado da adição), obteremos como resultado a outra parcela. Veja o caso em que subtraímos a 2ª parcela da soma

$$\begin{array}{rrl} & 9 & \rightarrow \text{Soma} \\ - & 4 & \rightarrow \text{2ª parcela} \\ \hline & 5 & \rightarrow \text{1ª parcela} \end{array}$$

E da mesma forma, se subtrairmos da soma a 1ª parcela, obteremos como resultado a 2ª parcela.

$$\begin{array}{rrl} & 9 & \rightarrow \text{Soma} \\ - & 4 & \rightarrow \text{1ª parcela} \\ \hline & 5 & \rightarrow \text{2ª parcela} \end{array}$$

Nesse exemplo abordamos números pequenos pra entender a ideia, mas essas operações são válidas pra quaisquer números, independentemente de serem grandes ou pequenos. Assim:

soma – 1ª parcela = 2ª parcela

soma – 2ª parcela = 1ª parcela

Podemos levar uma ideia semelhante pra subtração. Veja o seguinte exemplo:

$$\begin{array}{rl} 5 & \rightarrow \text{Minuendo} \\ -\ \underline{3} & \rightarrow \text{Subtraendo} \\ 2 & \rightarrow \text{Diferença} \end{array}$$

Aqui na subtração, se somarmos a diferença com o subtraendo obtemos o minuendo.

$$\begin{array}{rl} 2 & \rightarrow \text{Diferença} \\ +\ \underline{3} & \rightarrow \text{Subtraendo} \\ 5 & \rightarrow \text{Minuendo} \end{array}$$

Outra operação interessante que devemos notar é que, subtraindo a diferença do minuendo obtemos também o subtraendo. Veja:

$$\begin{array}{rl} 5 & \rightarrow \text{Minuendo} \\ -\ \underline{2} & \rightarrow \text{Diferença} \\ 3 & \rightarrow \text{Subtraendo} \end{array}$$

Dessa forma, na subtração temos:

$$\textit{diferença} + \textit{subtraendo} = \textit{minuendo}$$

$$\textit{minuendo} - \textit{diferença} = \textit{subtraendo}$$

Uma maneira de não fazer confusão com essas relações na subtração é perceber que o minuendo sempre será o maior termo da subtração. Sempre estaremos subtraindo algum número do minuendo, logo ele sempre deverá ser o maior dos números. Dessa forma, notamos que devemos somar dois termos pra resultar no minuendo e subtrair um termo do minuendo pra que a operação seja possível no conjunto dos naturais.

Essas relações entre adição e subtração são muito importantes e muito exploradas nos concursos dos colégios militares para 6º ano na forma de problemas! Vale a pena se ligar nelas e praticar bastante!

Hora do Exercício – Parte 3

1- Dê o sucessor e o antecessor de cada número:

	Sucessor	Antecessor		Sucessor	Antecessor
a) 5			b) 11		
c) 28			d) 39		
e) 74			f) 95		
g) 103			h) 536		
i) 1058			j) 2000		
k) 3000			l) 4126		

2- De acordo com a operação dada na primeira coluna e sem efetuar mais nenhuma operação, complete a segunda e a terceira coluna (não é permitido efetuar outras operações, a ideia é que vocês utilizem as relações entre adição e subtração vistas no último tópico).

a) 27+15 = 42	42–27 =	42–15 =
b) 23+17 = 40	40–23 =	40–17 =
c) 21+28 = 49	49–21 =	49–28 =
d) 36+41 = 77	77–36 =	77–41 =
e) 97+29 = 126	126–29 =	126–97 =
f) 105+58 = 163	163–105 =	163–58 =
g) 192+67 = 259	259–67 =	259–192 =
h) 965+92 = 1057	1057–92 =	1057–965 =
i) 394+248 = 642	642–394 =	642–248 =
j) 426+369 = 795	795–369 =	795–426 =
k) 873+286 = 1159	1159–873 =	1159–286 =
l) 1126+458 = 1584	1584–1126 =	1584–458 =

3- Agora no caso de subtrações, de acordo com a operação dada na primeira coluna e sem efetuar mais nenhuma operação, complete a segunda e a terceira coluna (não é permitido efetuar outras operações, a ideia é que vocês utilizem as relações entre adição e subtração vistas no último tópico).

a) 48–17 = 31	31+17 =	48–31 =
b) 61–25 = 36	25+36 =	61–36 =
c) 94–56 = 38	56+38 =	94–38 =
d) 108–79 = 29	29+79 =	108–29 =
e) 143–103 = 40	40+103 =	143–40 =
f) 300–256 = 44	256+44 =	300–44 =
g) 348–129 = 219	129+219 =	348–219 =
h) 506–246 = 260	260+246 =	506–260 =
i) 893–578 = 315	315+578 =	893–315 =
j) 1539–679 = 860	860+679 =	1539–860 =
k) 3597–1468 = 2129	2129+1468 =	3597–2129 =
l) 5003–1247 = 3756	1247+3756 =	5003–3756 =

4- Responda as seguintes questões:

a) Qual é o sucessor de 9?

b) Qual é o antecessor de 11?

c) 9, 10 e 11 são números consecutivos?

d) Escreva quatro números consecutivos quaisquer.

e) Qual é a soma de 17 com o seu sucessor?

f) Qual é a diferença entre 21 e o seu antecessor?

g) Qual é a soma do sucessor de 17 com o antecessor de 23?

h) Qual é a diferença entre o antecessor de 46 e o sucessor de 21?

i) Paulinho e João têm idades consecutivas. Se Paulinho tem 15 anos e João é mais velho, quantos anos tem João?

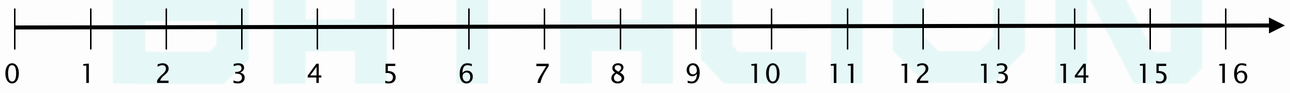
j) Sara e Roberta têm idades consecutivas. Se Sara é a mais nova e Roberta tem 16 anos, quantos anos tem Sara?

k) Qual é a soma de 12 com seu sucessor e o seu antecessor?

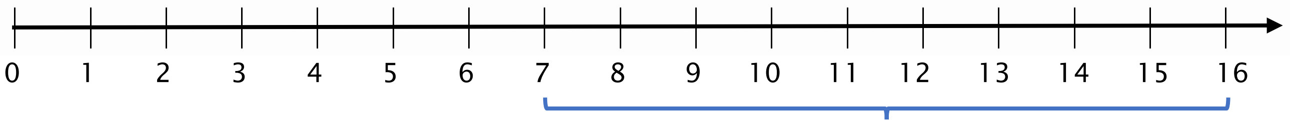
l) Qual é a diferença entre 19 e o seu antecessor?

O Eixo dos Números Naturais

Os números naturais podem ser representados através de um eixo, disposto em ordem crescente, no qual a distância entre dois números consecutivos sempre será igual a 1 (uma unidade). Veja:



Uma ideia importante aqui, é que se nos for pedida a distância entre dois números quaisquer desse eixo, devemos subtrair o menor número do maior número para encontrar esse resultado. Por exemplo, vamos calcular a distância entre o 7 e o 16:



Essa é a distância. 16−7 = 9.

Determinando qual é o Maior Número

Pelo eixo dos números naturais sabemos que o maior número será aquele que estiver mais à direita, ou, pensando de outra forma, o que estiver mais distante do 0 (zero). No entanto, não é viável escrever um eixo dos números naturais toda vez que precisarmos comparar dois números. Pensamos, então, de outra forma.

O maior número natural será sempre aquele que tiver um maior número de ordens, ou seja, o que tiver mais algarismos. Agora, caso os números possuem o mesmo número de algarismos, então será maior aquele que tiver em sua maior ordem um algarismo com valor absoluto maior (Lembre-se que as maiores ordens são aquelas que estão mais à esquerda do número). Caso comparemos as maiores ordens de dois números diferentes e elas sejam iguais, então devemos comparar a próxima ordem à direita para decidir qual é o maior. Fazemos isso até que, em alguma dessas ordens, apareça um algarismo que tenha valor absoluto maior. Para exemplificar, vamos comparar os números 256301 e 256311.

Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
2	5	6	3	0	1
2	5	6	3	1	1

Como foi dito, sempre começamos pelas maiores ordens e vamos seguindo até que, em alguma das ordens, um algarismo tenha valor absoluto maior do que outro.

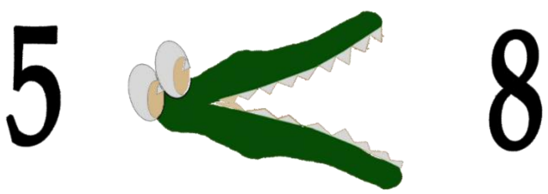
- ➔ Na centena de milhar temos o algarismo 2 para ambos os números. Vamos para o próximo;
- ➔ Na dezena de milhar temos o algarismo 5 para ambos os números. Vamos para o próximo;
- ➔ Na unidade de milhar temos o algarismo 6 para ambos. Vamos para o próximo;
- ➔ Na ordem da centena simples temos o algarismo 3 para ambos. Vamos para o próximo;
- ➔ Na ordem da dezena simples, o primeiro número tem o algarismo 0 e o segundo número tem o algarismo 1. Como 1 é maior do que 0, então o segundo número é maior. Podemos escrever isso, em linguagem matemática, da seguinte forma:

$$256311 > 256301$$

Pela mesma ideia podemos dizer também que:

$5 > 1$	5 é maior do que 1
$36 < 78$	36 é menor do que 78
$153 > 124$	153 é maior do que 124
$10039 < 21682$	10039 é menor do que 21682

Essa notação é muito útil na matemática e devemos saber utilizá-la. Uma maneira simples de memorizá-la é fazer a comparação do lado que está virado pro número maior com a boca aberta de um jacaré. Pensamos que o jacaré sempre quer a parte maior pra ele. Veja:



Como 8 é maior que 5, a boquinha do jacaré fica virada pro lado do 8. Assim, podemos escrever $5 < 8$ ou $8 > 5$.

Para saber quantas unidades um número é maior do que outro basta subtrair o menor número do maior número. Assim, obtemos a distância entre os números no eixo dos números naturais. No exemplo acima, 5 e 8, sabemos que 8 é maior do que o 5. Como 8-5 = 3, podemos dizer que o 8 é 3 unidades maior do que o 3 ou que 5 é 3 unidades menor do que 8.

Exemplo 1: Qual é o maior número que pode ser formado com os algarismos 1, 2 e 8 sem repeti-los?

Resolução: Existem algumas possibilidades para a formação de números com esses algarismos. Veja:

Centena	Dezena	Unidade
1	2	8
1	8	2
2	1	8
2	8	1
8	1	2
8	2	1

Pela montagem de todas as possibilidades, vemos claramente que o maior número e o 821. No entanto, não precisamos montar cada um dos números possíveis, **basta que sempre coloquemos nas maiores ordens os algarismos com maiores valores absolutos, e assim sucessivamente em todas as ordens que vem na sequência.** Dessa forma, sempre será garantido que o algarismo formado será o maior possível.

Centena	Dezena	Unidade
8	2	1
1° maior valor absoluto	2° maior valor absoluto	3° maior valor absoluto

Exemplo 2: Qual é o menor número possível de quatro algarismos que pode ser formado com os algarismos 0, 1, 4 e 3 sem repetição?

Resolução: Como agora foi pedido o **menor** número possível, devemos ordenar os algarismos do menor valor absoluto para o maior valor absoluto. No entanto, o zero, se estiver à esquerda, não conta como algarismo para o número. Logo, a seguinte ordenação não é válida:

Milhares	Unidades simples		
Unidade	Centena	Dezena	Unidade
0	1	3	4

O número obtido não corresponderia a um número de quatro algarismos, já que o 0 à esquerda não faz diferença alguma. Assim teríamos, na verdade, o número 134. Dessa forma, devemos trocar o 0 de lugar com o 1, e aí sim chegamos a um número com 4 algarismos.

Milhares	Unidades simples		
Unidade	Centena	Dezena	Unidade
1	0	3	4

Agora sim, 1034 é um número com quatro algarismos e, portanto, é o menor número possível que pode ser formado com esses algarismos sem repetição.

Alterando as Parcelas de uma Adição

Observe que interessante: Se adicionarmos ou subtrairmos a uma das parcelas de uma adição um número qualquer, a soma (resultado) também será alterada da mesma forma. Por exemplo:

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 1 & 7 \\ + & 1 & 2 \\ \hline & 2 & 9 \end{array} \quad \xrightarrow[17+5=22]{\text{Adicionando 5 unidades na 1ª parcela}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 2 & 2 \\ + & 1 & 2 \\ \hline & & \end{array} \quad \xrightarrow[29+5=34]{\text{5 unidades são adicionadas na soma (resultado)}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 2 & 2 \\ + & 1 & 2 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

No exemplo acima, foram adicionadas 5 unidades ao 17, que resultou 22. A soma, que inicialmente era 29, também foi adicionada de 5 unidades, ficando então igual a 34. Se, em vez de adicionarmos um número na primeira parcela, tivéssemos adicionado um número na segunda parcela, a ideia seria a mesma.

Agora um exemplo subtraindo um número qualquer de uma das parcelas:

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 6 \\ + & 1 & 1 \\ \hline & 4 & 7 \end{array} \quad \xrightarrow[36-5=31]{\text{Subtraindo 5 unidades na 1ª parcela}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 1 \\ + & 1 & 1 \\ \hline & & \end{array} \quad \xrightarrow[25-5=20]{\text{5 unidades devem ser subtraídas da soma}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 1 \\ + & 1 & 1 \\ \hline & 4 & 2 \end{array}$$

No exemplo acima, foram subtraídas 5 unidades do 36, que resultou 31. A soma, que inicialmente era 47, também foi diminuiu 5 unidades, ficando igual a 42. Se, em vez de subtrairmos um número da primeira parcela, tivéssemos subtraído um número da segunda parcela, a ideia seria a mesma.

Agora vamos pensar um pouco: se sabemos que uma soma (resultado de uma adição) é igual a um certo número, não precisamos saber as parcelas dessa adição pra sabermos o novo resultado em caso de somarmos um valor a uma dessas parcelas, ou subtrairmos algum valor de uma dessas parcelas. Veja os exemplos:

Exemplo 3: Se uma soma de dois números é igual a 25, qual será a nova soma caso aumentemos a primeira parcela em 5 unidades?

Resolução: Se a soma é igual a 25 e uma das parcelas foi aumentada em 5 unidades, a nova soma também será aumentada em 5 unidades. Logo, a nova soma será:

$$25+5 = 30$$

Exemplo 4: Se uma soma de dois números é igual a 37, qual será a nova soma caso aumentemos a primeira parcela em 5 unidades e a segunda parcela em 12 unidades?

Resolução: Se a soma é igual a 37, a primeira parcela foi aumentada em 5 unidades e a segunda em 12 unidades, a soma será aumentada primeiramente em 5 unidades e depois em 12 unidades. Isso é o mesmo que aumentar a soma em 5+12 unidades. Assim, o aumento da soma será:

$$5+12 = 17$$

Se a soma, inicialmente, é igual a 37, basta somarmos 17 a essa soma pra descobrir qual será a soma final. Assim, a soma final será:

$$37+17 = 54$$

Poderíamos, nesse exemplo, ter primeiro adicionado 5 unidades e depois adicionado 12 unidades. O resultado final seria o mesmo, no entanto, se somarmos as 2 parcelas numa vez só é mais prático e fazemos uma única operação pra resolver o problema.

Exemplo 5: Se uma soma de três números é igual a 49, qual será a nova soma se adicionarmos 10 unidades à primeira parcela e subtrairmos 6 unidades da segunda parcela?

Resolução: Se a soma é igual a 49, a primeira parcela foi aumentada em 10 unidades e a segunda parcela foi diminuída em 6 unidades, logo, a soma será aumentada em 10 unidades e depois diminuída em 6 unidades. Podemos simplesmente adicionar 10 unidades à soma e depois subtrair 6 unidades. No entanto, é mais prático fazermos a operação 10–6 e adicionar o resultado à soma. Veja:

$$10-6 = 4$$

Assim, basta somarmos 4 à soma inicial, que era 49, e chegaremos ao resultado. A soma final então fica:

$$49+4 = 53$$

No entanto, devemos tomar cuidado com esse tipo de problema! Em alguns casos, essa ordem pode não ser possível dentro do conjunto dos números naturais, como veremos no próximo exemplo. Assim, devemos efetuar a operação em partes, como foi sugerido inicialmente.

Exemplo 6: Se a soma de duas parcelas é igual a 58, qual será a nova soma se adicionarmos 12 a uma das parcelas e subtrairmos 17 da outra parcela?

Resolução: Assim como no exemplo 3, podemos pensar em subtrair o 17 do 12 e depois adicionar o resultado à soma inicial. Vamos tentar:

$$12-17 = ???$$

Essa operação não é possível no conjunto dos números naturais, portanto, não podemos resolver dessa forma. Devemos proceder, então, somando 12 à soma inicial, e depois subtraindo 17 do primeiro resultado. Assim:

$$58+12 = 70$$

Agora, subtraindo o 17 do 70 chegamos ao resultado da soma final:

$$70-17 = 53$$

Portanto, a soma final após as duas operações dadas no exemplo é igual a 53.

Alterando os Termos de uma Subtração

As ideias vistas pra mudança de termos de uma adição são semelhantes às ideias pra mudança de termos pra uma subtração. No entanto, ocorrem algumas mudanças. Quando adicionamos ou subtraímos termos no MINUENDO, o resto (resultado) será adicionado ou subtraído desse mesmo número. Veja os exemplos abaixo.

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 4 \\ - & 2 & 1 \\ \hline & 1 & 3 \end{array} \quad \xrightarrow[34+5=39]{\substack{\text{Adicionando} \\ \text{5 unidades ao minuendo}}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & \color{red}{3} & \color{red}{9} \\ - & 2 & 1 \\ \hline & & \end{array} \quad \xrightarrow[13+5=18]{\substack{\text{5 unidades são adicionadas} \\ \text{ao resto (resultado)}}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 9 \\ - & 2 & 1 \\ \hline & \color{red}{1} & \color{red}{8} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 4 \\ - & 2 & 1 \\ \hline & 1 & 3 \end{array} \quad \xrightarrow[34-3=31]{\substack{\text{Subtraindo} \\ \text{3 unidades do minuendo}}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & \color{red}{3} & \color{red}{1} \\ - & 2 & 1 \\ \hline & & \end{array} \quad \xrightarrow[13-3=10]{\substack{\text{3 unidades são subtraídas} \\ \text{do resto (resultado)}}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 1 \\ - & 2 & 1 \\ \hline & \color{red}{1} & \color{red}{0} \end{array}$$

No entanto, o mesmo não ocorrerá se alterarmos o subtraendo. Adicionando um número qualquer ao subtraendo, o resto ficará subtraído desse mesmo número, e se subtrairmos um número qualquer do subtraendo, o resto ficará adicionado desse mesmo número. Veja os exemplos abaixo:

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 9 \\ - & 1 & 5 \\ \hline & 2 & 4 \end{array} \quad \xrightarrow[15+4=19]{\substack{\text{Adicionando} \\ \text{4 unidades ao subtraendo}}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 9 \\ - & \color{red}{1} & \color{red}{9} \\ \hline & & \end{array} \quad \xrightarrow[24-4=20]{\substack{\text{4 unidades são subtraídas} \\ \text{do resto (resultado)}}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 9 \\ - & 1 & 9 \\ \hline & \color{red}{2} & \color{red}{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 9 \\ - & 1 & 5 \\ \hline & 2 & 4 \end{array} \quad \xrightarrow[15-3=12]{\substack{\text{Subtraindo} \\ \text{3 unidades do subtraendo}}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 9 \\ - & \color{red}{1} & \color{red}{2} \\ \hline & & \end{array} \quad \xrightarrow[24+3=27]{\substack{\text{3 unidades são adicionadas} \\ \text{ao resto (resultado)}}} \quad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 9 \\ - & 1 & 2 \\ \hline & \color{red}{2} & \color{red}{7} \end{array}$$

Mas devemos tomar um cuidado nesse caso: podemos adicionar unidades ao subtraendo até que ele se torne igual ao minuendo. Nesse caso, teríamos uma subtração igual a zero, afinal, um número subtraído dele mesmo sempre será igual a zero. Caso o subtraendo torne-se maior que o minuendo a subtração não será mais possível no conjunto dos números naturais.

Da Mesma forma que na mudança de termos de uma adição, na mudança de termos de uma subtração também, se soubermos o resto (resultado) e o minuendo ou subtraendo for alterado, não precisamos saber os valores de nenhum deles para saber o novo resto. Veja os exemplos:

Exemplo 7: Se a diferença de dois números é igual a 42, qual será a nova diferença caso aumentemos o minuendo em 5 unidades?

Resolução: ao aumentarmos o minuendo em 5 unidades, a diferença (ou resto) também será aumentada em 5 unidades. Assim, chegamos a uma nova diferença que será igual a:

$$42+5 = 47$$

Exemplo 8: Se a diferença de dois números é igual a 48, qual será a nova diferença caso aumentemos o subtraendo em 12 unidades?

Resolução: ao aumentarmos o subtraendo em 12 unidades, o resto será diminuído de 12 unidades. Assim, o novo resultado será:

$$48-12 = 36$$

Exemplo 9: Se a diferença de dois números é igual a 17, qual será a nova diferença ao aumentarmos o minuendo em 12 unidades e diminuirmos o subtraendo em 4 unidades?

Resolução: ao aumentarmos o minuendo em 12 unidades, o resto também será aumentado em 12 unidades. Assim, chegamos a:

$$17+12 = 29$$

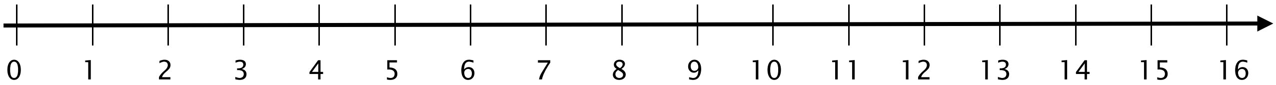
Mas sabemos também que o subtraendo foi diminuído em 4 unidades. Assim sendo, a diferença deverá ser aumentada em mais 4 unidades. Logo, devemos somar 4 unidades ao 29 obtido da primeira adição. Assim:

$$29+4 = 33$$

Logo, a nova diferença após as duas operações será 33.

Hora do Exercício – Parte 4

1- Com base no eixo abaixo, calcule as distâncias entre:



a) 5 e 12	b) 12 e 14
c) 4 e 14	d) 10 e 16
e) 0 e 8	f) 7 e 15
g) 4 e 12	h) 5 e 16
i) 2 e 11	j) 13 e 1
k) 13 e 0	l) 7 e 14

2- Complete com o símbolo de maior, menor ou igual:

a) 5 7	b) 15 18	c) 20 20
d) 158 167	e) 847 698	f) 1005 1009
g) 2017 2048	h) 3007 3007	i) 10058 19871
j) 102368 102658	k) 325687 325782	l) 4023698 4023682
m) 5032582 5032582	n) 3256871 3256228	o) 12368205 12368205

3- Diga quantas unidades o número da esquerda é maior do que o número da direita:

a) 17 e 7	b) 21 e 4
c) 13 e 5	d) 19 e 5
e) 14 e 11	f) 13 e 6
g) 21 e 7	h) 18 e 6
i) 42 e 12	j) 36 e 5
k) 17 e 4	l) 15 e 4

4- Descubra as novas somas para cada um dos problemas:

a) A soma de duas parcelas tem resultado 24. Qual será a nova soma se adicionarmos 5 unidades a uma das parcelas?

b) A soma de duas parcelas é igual a 39. Qual será a nova soma se adicionarmos 12 unidades a uma das parcelas?

c) A soma de duas parcelas é igual a 41. Qual será a nova soma se subtrairmos 4 unidades de uma das parcelas?

d) A soma de duas parcelas é igual a 27. Qual será a nova soma se adicionarmos 21 unidades a uma das parcelas?

e) A soma de duas parcelas é igual a 114. Qual será a nova soma se adicionarmos 28 unidades a uma das parcelas?

f) A soma de duas parcelas é igual a 206. Qual será a nova soma se adicionarmos 92 unidades a uma das parcelas e subtrairmos 24 da outra?

g) A soma de duas parcelas é igual a 194. Qual será a nova soma se adicionarmos 21 unidades a uma das parcelas e 28 unidades à outra parcela?

h) A soma de três parcelas é igual a 287. Qual será a nova soma se adicionarmos 29 unidades a uma delas e 41 unidades à outra

i) A soma de duas parcelas é 95. Qual será a nova soma se adicionarmos 18 unidades a uma delas e subtrairmos 24 de outra?

j) A soma de três parcelas é igual a 306. Qual será a nova soma se subtrairmos 42 unidades de uma delas e adicionarmos 92 à outra?

k) A soma de duas parcelas é igual a 471. Qual será a nova soma se subtrairmos 101 unidades de uma delas e 148 unidades de outra?

l) A soma de três parcelas é igual a 647. Qual será a nova soma se subtrairmos 29 unidades da primeira parcela, adicionarmos 109 unidades à segunda parcela e subtrairmos 82 unidades da terceira parcela?

5- Descubra as novas diferenças pra cada uma das subtrações:

a) O resto da subtração de dois números é igual a 19. Adicionando-se 14 unidades ao minuendo, qual será o novo resto?

b) O resto da subtração de dois números é igual a 28. Subtraindo-se 4 unidades do minuendo, qual será o novo resto?

c) A diferença entre dois números é igual a 59. Subtraindo-se 12 unidades do subtraendo, qual será o novo resto?

d) A diferença entre dois números é igual a 85. adicionando-se 28 unidades ao subtraendo, qual será o novo resto?

e) O resto da subtração de dois números é igual a 114. Subtraindo-se 42 unidades do subtraendo, qual será o novo resto?

f) O resto da subtração de dois números é igual a 206. Adicionando-se 56 unidades ao minuendo, qual será o novo resto?

g) A diferença entre dois números é 317. Adicionando-se 82 unidades ao subtraendo, qual será o novo resto?

h) O resto da subtração de dois números é 107. Adicionando-se 16 unidades ao subtraendo e adicionando-se 16 unidades ao minuendo, qual será o novo resto?

i) A diferença entre dois números é 209. Adicionando-se 39 unidades ao minuendo e subtraindo-se 18 unidades do subtraendo, qual será a nova diferença?

j) O resto da subtração de dois números é igual a 506. Subtraindo-se 91 unidades do minuendo e adicionando-se 64 unidades ao subtraendo, qual será a nova diferença?

k) A diferença entre dois números é 603. Subtraindo-se 54 unidades do subtraendo e subtraindo-se 104 unidades do minuendo, qual será o novo resto?

l) O resto da subtração de dois números é igual a 756. Adicionando-se 169 unidades ao subtraendo e subtraindo 48 unidades do minuendo, qual será o novo resto?

Misturando Letras e Números

Há diversos tipos de problemas de adição e subtração que envolvem letras em sua interpretação, e os colégios militares adoram colocar essas questões em seus concursos. Veja os seguintes exemplos:

Exemplo 10: Para qual valor de x a sentença abaixo torna-se correta?

$$x+5=10$$

Mas professor, como vou somar "x" com 5 se "x" nem é um número?

Resolução: Calma, calma. Você não vai precisar somar o x com 5. Na verdade, o que você precisa fazer é descobrir que número você deve substituir pela letra x de modo que a operação se torne correta. De acordo com o que foi visto, como adição e subtração são operações inversas, para descobrir que número deve ser somado ao 5 para que o resultado seja 10, podemos subtrair o 5 de 10. Assim:

$$10-5=5$$

Portanto, o valor que deve ser substituído pelo x é 5.

Exemplo 11: Qual deve ser o valor de a para que a operação esteja correta?

$$\begin{array}{ccc} & 5 & a \\ + & 4 & 2 \\ \hline & 9 & 5 \end{array}$$

Resolução: Bem, na ordem das unidades a soma deve dar 5. Logo, que número deve ser adicionado a 2 de modo que o resultado dê 5? De acordo com o que vimos até aqui, basta subtrair o 2 de 5 e teremos a resposta. Assim:

$$5-2=3$$

Logo, o valor de a deve ser 3.

Exemplo 12: Qual deve ser o valor de b para que a soma abaixo esteja correta?

$$\begin{array}{ccc} & 3 & 4 \\ + & 4 & b \\ \hline & 8 & 3 \end{array}$$

Resolução: Agora, devemos descobrir que valor de b torna a soma correta. Aí você pode ficar na dúvida e se perguntar: Mas que número eu vou somar ao 4 pra que o resultado dê 3?
Na verdade, o resultado não dá 3, o resultado dá 13. Podemos descobrir isso ao reparar na ordem das dezenas: a soma de 3 com 4 resulta em 7, e não em 8. E como no resultado temos o número 8, isso significa

que tem um número 1 lá em cima do 3 (ele não está aparecendo na operação dada no enunciado do problema). Veja:

$$\begin{array}{cccc} & \overset{1}{3} & 4 \\ + & 4 & b \\ \hline & 8 & 3 \end{array}$$

Agora ficou fácil! Para descobrir o número que deve ser somado ao 4 para que o resultado de 13, basta subtrair o 4 do 13. Assim:

$$13-4=9$$

Portanto, escrevemos matematicamente que $b = 9$.

Exemplo 13: Qual deve ser o valor de c para que a subtração abaixo esteja correta?

$$\begin{array}{ccc} & 4 & 5 \\ - & 2 & c \\ \hline & 1 & 7 \end{array}$$

Resolução: Não há um número que subtraído de 5 resulte em 7. Logo, o que podemos notar, é que foi “emprestada” uma unidade da ordem das dezenas e que o 5 das unidades na verdade é 15. Veja:

$$\begin{array}{ccc} & \overset{3}{\cancel{4}} & {}^{1}5 \\ - & 2 & c \\ \hline & 1 & 7 \end{array}$$

Agora, precisamos descobrir que número devemos subtrair de 15 para que o resultado seja 7. Para isso, basta fazermos 15−7.

$$15-7=8$$

Portanto, dizemos matematicamente que $c = 8$.

Exemplo 14: Quais devem ser os valores de a, b, e c para que a operação abaixo esteja correta?

$$\begin{array}{ccccc} & 4 & c & 4 & 5 \\ + & d & 3 & b & a \\ \hline & 8 & 4 & 1 & 7 \end{array}$$

Resolução:

Aqui temos 4 letras assumindo valores numéricos, e devemos descobrir todas. Começando pelas unidades, para descobrir o número que somado a 5 resulta 7 basta subtrair o 7 do 5. Assim:

$$7-5 = 2$$

Portanto, $a = 2$.

Para descobrir b, devemos notar que não há um número natural que somado a 4 que resulte 1. Assim, o resultado na verdade deve ser 11, e haverá o número 1 que será colocado na ordem das centenas. Veja:

$$\begin{array}{cccc} & & 1 & & \\ & 4 & c & 4 & 5 \\ + & d & 3 & b & a \\ \hline & 8 & 4 & 1 & 7 \end{array}$$

Agora, descobrimos o valor de b subtraindo 4 de 11. Assim:

$$11-4 = 7$$

Portanto, $b = 7$.

Agora, precisamos descobrir que número somado a 1 e 3 que resulta no número 4. Mas somar 1 e 3 a um número qualquer é o mesmo que somar 4 a ele, já que $1+3 = 4$. Assim, para descobrir o valor de c, basta subtrairmos 4 de 4. Logo:

$$4-4 = 0$$

Portanto, $c = 0$.

Observe que o problema não pediu o valor de d. Poderíamos, então, parar por aqui. No entanto, caso fosse necessário, para descobrir o valor de d basta descobrir o valor que somado a 4 resulta em 8. Para isso, apenas subtraímos 4 de 8. Assim:

$$8-4 = 4$$

Portanto, $d = 4$.

Exemplo 15: Qual deve ser o valor do algarismo b para que a sentença abaixo seja verdadeira?

$$1136 > 1b36$$

Resolução: pede-se que o número da esquerda, 1136, seja maior que o número da direita. Para isso, como só temos a possibilidade de mudar o algarismo b, para que o número da direita seja menor que o número da esquerda o algarismo representado pela letra b tem que ter valor absoluto menor do que o valor absoluto do algarismo das centenas simples do número 1136. Logo, temos:

$$b < 1$$

Se b tem que ser menor que 1, só existe uma possibilidade pra isso: $b = 0$.

Hora do Exercício – Parte 5

1- Indique para quais valores de *x* as sentenças abaixo tornam-se corretas.

a) $x+2 = 3$	b) $x+4 = 10$	c) $4-x = 2$	d) $7+x = 10$
e) $4+x = 12$	f) $7+x = 13$	g) $12-x = 8$	h) $x+5 = 11$
i) $7+x = 16$	j) $15-x = 9$	k) $13-x = 4$	l) $x+8 = 12$
m) $14-x = 10$	n) $3+x = 6$	o) $x-4 = 5$	p) $12-x = 4$

2- Descubra por que valores devem-se substituir as letras para que as operações abaixo estejam corretas.

a) $\begin{array}{r} 1\;7 \\ -\;\;\;x \\ \hline 0\;9 \end{array}$	b) $\begin{array}{r} 4\;5 \\ +\;1\;b \\ \hline 5\;8 \end{array}$	c) $\begin{array}{r} 6\;5 \\ -\;2\;c \\ \hline 4\;1 \end{array}$
d) $\begin{array}{r} 3\;6\;1 \\ +\;x\;2\;6 \\ \hline 4\;8\;7 \end{array}$	e) $\begin{array}{r} 4\;8\;7 \\ -\;3\;a\;b \\ \hline 1\;8\;3 \end{array}$	f) $\begin{array}{r} 5\;5\;c \\ +\;1\;d\;2 \\ \hline 6\;8\;4 \end{array}$

i)

g) $\begin{array}{rccc} & 4 & 2 & 7 \\ - & 1 & 1 & x \\ \hline & 3 & 0 & 8 \end{array}$	h) $\begin{array}{rccc} & 5 & 7 & b \\ + & 2 & 1 & 8 \\ \hline & 7 & 9 & 2 \end{array}$	$\begin{array}{rccc} & 6 & 9 & 4 \\ - & 2 & 6 & y \\ \hline & 4 & 2 & 9 \end{array}$
j) $\begin{array}{rccc} & 3 & d & 7 \\ + & 5 & 4 & c \\ \hline & 9 & 1 & 5 \end{array}$	k) $\begin{array}{rccc} & 7 & b & a \\ + & 1 & 8 & 6 \\ \hline & 9 & 3 & 4 \end{array}$	l) $\begin{array}{rcccc} & 1 & 0 & 3 & 4 \\ + & & a & b & c \\ \hline & 1 & 9 & 3 & 0 \end{array}$

Hora do Macete!!!

Quando somamos ou subtraímos de um número qualquer múltiplo de 10 (10, 20, 30, 40...) menor do que 100 quem irá mudar, na maioria das vezes, é somente o algarismo da dezena simples. Veja alguns exemplos:

$\begin{array}{rcc} & D & U \\ & 3 & 7 \\ - & 1 & 0 \\ \hline & 2 & 7 \end{array}$ $\qquad \begin{array}{rcc} & D & U \\ & 4 & 8 \\ + & 2 & 0 \\ \hline & 6 & 8 \end{array}$ $\qquad \begin{array}{rccc} & C & D & U \\ & 1 & 5 & 5 \\ - & & 3 & 0 \\ \hline & 1 & 2 & 5 \end{array}$ $\qquad \begin{array}{rccc} & C & D & U \\ & 2 & 5 & 7 \\ + & & 4 & 0 \\ \hline & 2 & 9 & 7 \end{array}$

Obviamente que, no caso de uma soma, quando a soma das dezenas ultrapassa o número 9, o algarismo da centena também irá mudar, já que que o número 1 sobe pra ser somado às centenas. Veja:

$\begin{array}{rccc} & C & D & U \\ & & & \\ & 1 & 9 & 5 \\ + & & 4 & 0 \\ \hline & & & \end{array} \rightarrow \begin{array}{rccc} & & D & U \\ & & & \\ & 1 & 9 & 5 \\ + & & 4 & 0 \\ \hline & & & 5 \end{array} \rightarrow \begin{array}{rccc} & & D & U \\ & 1 & & \\ & 1 & 9 & 5 \\ + & & 4 & 0 \\ \hline & & 3 & 5 \end{array} \rightarrow \begin{array}{rccc} & & D & U \\ & 1 & & \\ & 1 & 9 & 5 \\ + & & 4 & 0 \\ \hline & 2 & 3 & 5 \end{array}$

E no caso da subtração, se a dezena do minuendo é menor do que a dezena do subtraendo, deverá ser feito um empréstimo e o algarismo da centena também irá mudar. Veja:

$$\begin{array}{rccc} & C & D & U \\ & 1 & 1 & 3 \\ - & & 3 & 0 \\ \hline & & & \end{array} \rightarrow \begin{array}{rccc} & & D & U \\ & 1 & 1 & 3 \\ - & & 3 & 0 \\ \hline & & & 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{rccc} & & D & U \\ & \overset{0}{\cancel{1}} & {}^{1}1 & 3 \\ - & & 3 & 0 \\ \hline & & & 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{rccc} & & D & U \\ & \overset{0}{\cancel{1}} & {}^{1}1 & 3 \\ - & & 3 & 0 \\ \hline & & 8 & 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{rccc} & & D & U \\ & \overset{0}{\cancel{1}} & {}^{1}1 & 3 \\ - & & 3 & 0 \\ \hline & 0 & 8 & 3 \end{array}$$

No entanto, se tomarmos cuidado com esse detalhe, podemos utilizar esse macete pra fazer diversas operações mentalmente e ganhar tempo na resolução dos exercícios! Vale a pena treinar, experimente e pratique muito isso daqui pra frente, pois certamente vai te fazer ganhar um bom tempo no momento das provas! Veja mais alguns exemplos:

$11+10 = 21$ $\quad$ $12+20 = 32$ $\quad$ $41-10 = 31$

$79-30 = 49$ $\quad$ $25+40 = 65$ $\quad$ $68-20 = 48$

Os Algarismos Romanos

O sistema de numeração romano é um sistema que utiliza letras maiúsculas do alfabeto para representar os números. Foi o sistema de numeração utilizado no Império Romano e é utilizado até hoje, especialmente para representar capítulos de livros, numeração de eventos, contagem de séculos entre outras usualidades. Alguns dos números podem ser representados pelas letras presentes na tabela abaixo, e os demais são representados por uma combinação dessas letras a partir de regras que veremos na sequência.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Esses números, por serem representados por apenas uma letra, são bastante fáceis de serem escritos, basta memorizar e lembrar qual é a letra que os representa. Agora vamos supor que queiramos representar o número 6. Para isso, utilizamos o símbolo do número 5 (V) seguido do número 1 (I). É como tomar o 5 e adicionar 1 unidade a ele. Veja:

Número	Pode ser escrito como			Número romano
6	5	+	1	VI
	V	+	I	

Assim, podemos seguir essa mesma ideia para escrever diversos outros números. Veja mais alguns exemplos:

Número	Pode ser escrito como					Número romano
12	10	+	1	+	1	XII
	X	+	I	+	I	

Aqui cabe a colocação da 1ª regra para uso dos algarismos romanos:

- **Regra 1**: ao escrever um número utilizando os algarismos romanos sempre devemos procurar usar o menor número de algarismos possível.

Isso implica que, muito embora até seja possível representar o número 12 de alguma outra maneira, essa maneira seria errada, já que seriam utilizados mais algarismos do que a forma representada acima. Veja:

ERRADO!!!								
Número	**Pode ser escrito como**							**Número romano**
12	5	+	5	+	1	+	1	VVII
	V	+	V	+	I	+	I	

- **Regra 2:** números que possuem mais de 1 ordem devem ser escritos de acordo com os valores relativos de cada um de seus algarismos.

Algarismo	Valor Relativo
7	70
2	2

Assim, podemos escrevê-lo em algarismos romanos pensando primeiramente em representar o número 70 e depois o número 2. Veja como fica:

Número	Pode ser escrito como									Número romano
72	50	+	10	+	10	+	1	+	1	LXXII
	L	+	X	+	X	+	I	+	I	

O “II” representa o número 2

O “LXX” representa o número 70

Escrevendo o número 351 segundo seus valores relativos, temos:

Algarismo	Valor Relativo
3	300
5	50
1	1

Assim, em algarismos romanos, temos:

Número	Pode ser escrito como									Número romano
351	100	+	100	+	100	+	50	+	1	CCCLI
	C	+	C	+	C	+	L	+	I	

O “CCC” representa o número 300

O “L” representa o número 50

O “I” representa o número 1

Seguindo a mesma ideia, veja outros números representados em algarismos romanos:

Número	Pode ser escrito como	Número romano
108	100 + 5 + 1 + 1 + 1	CVIII
	C + V + I + I + I	

O "C" representa o número 100

O "VIII" representa o número 8

Número	Pode ser escrito como	Número romano
871	500 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 10 + 1	DCCCLXXI
	D + C + C + C + L + X + X + I	

O "DCCC" representa o número 800

O "LXX" representa o número 70

O "I" representa o número 1

Número	Pode ser escrito como	Número romano
1272	1000 + 100 + 100 + 50 + 10 + 10 + 1 + 1	MCCLXXII
	M + C + C + L + X + X + I + I	

O "M" representa o número 1000

O "CC" representa o número 200

O "LXX" representa o número 70

O "II" representa o número 2

Número	Pode ser escrito como	Número romano
2020	1000 + 1000 + 10 + 10	MMXX
	M + M + X + X	

O "MM" representa o número 2000

O "XX" representa o número 20

Agora, para escrever alguns outros números, como por exemplo, 64, há uma outra regra que devemos levar em conta:

- **Regra 3**: ao escrever um número utilizando algarismos romanos não é permitido repetir um mesmo símbolo mais de três vezes seguidas.

Isso implica que, ao escrever o 64, não é possível escrever o 60 e colocar 4 símbolos "I" em seguida, conforme é mostrado abaixo:

ERRADO!!!		
Número	**Pode ser escrito como**	**Número romano**
64	50 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1	LXIIII
	L + X + I + I + I + I	

O "LX" representa o número 60

O "IIII" representaria o número 4, mas é errado!

Nesse caso, o que se faz é escrever o “4” que vem no final colocando o símbolo “I” antes do símbolo “V”. Quando um símbolo que tem menor valor antecede um símbolo de maior valor entende-se que esse símbolo na verdade está sendo subtraído do símbolo de maior valor. Sabendo disso, a forma correta de se escrever o 64 fica:

Número	Pode ser escrito como							Número romano
64	50	+	10	+	5	–	1	LXIV
	L	+	X	+	I	+	V	

O “LX” representa o número 60

O “IV” representa o número 4

Seguindo essa mesma regra, vamos ver mais alguns exemplos:

Número	Pode ser escrito como			Número romano
9	10	–	1	IX
	I	+	X	

Vamos escrever agora o número 99. Observe que, ao escrevê-lo, uma forma tentadora e que parece correta é a seguinte:

ERRADO!!!				
Número	Pode ser escrito como			Número romano
99	100	–	1	IC
	I	+	C	

Essa maneira é errada, já que fazendo isso não estamos escrevendo o número segundo os valores relativos de cada uma das suas ordens:

Algarismo	Valor Relativo
9	90
9	9

Fazendo da maneira correta, primeiro devemos representar o número 90 e, depois, o número 9. Veja como fica:

Número	Pode ser escrito como							Número romano
99	100	–	10	+	10	–	1	XCIX
	X	+	C	+	I	+	X	

O “XC” representa o número 90

O “IX” representa o número 9

Visto isso, vamos ver mais alguns exemplos:

Número	Pode ser escrito como									Número Romano
144	100	+	50	−	10	+	5	−	1	CXLIV
	C	+	X	+	L	+	I	+	V	

O "C" representa o número 40

O "XL" representa o número 40

O "IV" representa o número 4

Número	Pode ser escrito como							Número romano
420	500	−	100	+	10	+	10	CDXX
	C	+	D	+	X	+	X	

O "CD" representa o número 400

O "XX" representa o número 20

Número	Pode ser escrito como													Número romano
939	1000	−	100	+	10	+	10	+	10	+	10	−	1	CMXXXIX
	C	+	M	+	X	+	X	+	X	+	I	+	X	

O "CM" representa o número 900

O "XXX" representa o número 30

O "IX" representa o número 9

Número	Pode ser escrito como															Número romano
2499	1000	+	1000	+	500	−	100	+	100	−	10	+	10	−	1	MMCDXCIX
	M	+	M	+	C	+	D	+	X	+	C	+	I	+	X	

O "MM" representa o número 2000

O "CD" representa o número 400

O "XC" representa o número 90

O "IX" representa o número 9

Hora do Exercício – Parte 6

1– Resolva mentalmente as operações abaixo.

a) 26+10 =	b) 35+20 =	c) 12+30 =	d) 48+30 =
e) 27–10 =	f) 69–30 =	g) 48–40 =	h) 59–30 =
i) 30–25 =	j) 67–20 =	k) 28–10 =	l) 42+40 =

2– Resolva mentalmente as operações abaixo (lembre-se da propriedade comutativa da adição. Invertendo-se as parcelas o resultado será o mesmo!).

a) 42–20 =	b) 62–50 =	c) 82–30 =	d) 48–10 =

e) 60+37 =	f) 19+20 =	g) 20+29 =	h) 30+59 =
i) 82-30 =	j) 42-30 =	k) 68-50 =	l) 37-30 =

3– Escreva os seguintes números decimais na forma de algarismos romanos.

a) 8 →	b) 22 →	c) 35 →
d) 41 →	e) 58 →	f) 49 →
g) 116 →	h) 219 →	i) 429 →
j) 614 →	k) 2029 →	l) 3025 →

4– Escreva os seguintes números decimais na forma de algarismos romanos.

a) 408 →	b) 455 →	c) 3048 →
d) 667 →	e) 918 →	f) 1923 →
g) 94 →	h) 3029 →	i) 444 →
j) 2139 →	k) 3024 →	l) 2999 →

5– Avalie cada uma das proposições a respeito dos números escritos utilizando algarismos romanos e assinale C para as corretas e I para as incorretas.

a) ( ) 99 → IC	b) ( ) 44 → XXXXIV	c) ( ) 48 → XLVIII
d) ( ) 1900 → MDCCCC	e) ( ) 499 → CDXCIX	f) ( ) 454 → CDLCIX
g) ( ) 990 → XM	h) ( ) 158 → CLIIX	i) ( ) 498 → IID
j) ( ) 900 → CM	k) ( ) 349 → CCCIL	l) ( ) 944 → CMXLIV

Treinando para os Concursos!

1– (CPM – 2013) Observe os números:

M	C	D	U
8	5	0	2

Se você trocar de posição os algarismos 2 e 5, o número aumenta ou diminui? De quantas unidades?

a) Aumenta de 297 unidades
b) Diminui de 297 unidades
c) Diminui de 287 unidades
d) Aumenta de 287 unidades

2- (CMR - 2019) O Mundial da Rússia 2018 foi conquistado pela França, ao vencer na final a Croácia pelo placar de 4x2, consagrando-se assim, Bicampeã Mundial de Futebol. O Brasil, apesar de ter sido eliminado na fase de quartas de final, continua sendo o maior vencedor de mundiais e a única Seleção Penta Campeã de Futebol do mundo. A seleção Brasileira foi campeã mundial nos seguintes anos: 1958, 1962, 1970, 1994 e 2002. Escolha corretamente abaixo, a única opção que contém 2 (dois) anos escritos em **algarismos romanos**, nos quais o Brasil foi campeão mundial.

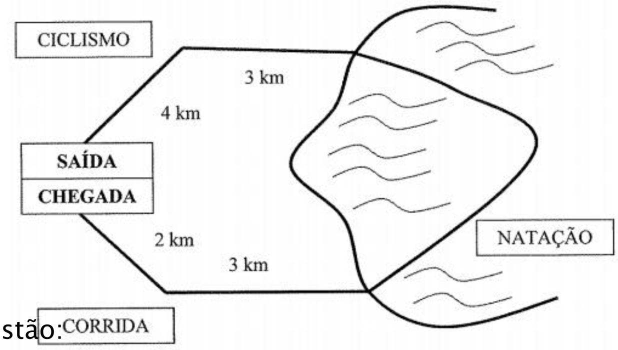
a) MCMLXII e MCML
b) MDCCCLXX e MCMXCIV
c) MCMLXXVIII e MMII
d) MCMLXX e MCMXCIV
e) MCMLXII e MMXIV

3- (CMC - 2012) Em uma subtração o resto é 287. Se somarmos 5 ao minuendo e diminuirmos 5 do subtraendo e efetuarmos a subtração com esses novos termos assim obtidos, o novo resto (ou diferença) é:

a) Igual ao anterior, isto é, 287.
b) 5 unidades maior, isto é, 292.
c) 5 unidades menor, isto é, 282.
d) 10 Unidades maior, isto é, 297.
e) 10 Unidades menor, isto é, 277.

4- (CMBH - 2018) Antônio participou de uma prova triátlon (natação, ciclismo e corrida) com o percurso representado abaixo. Sabendo que a prova possuía um total de **17 km**, qual foi a distância percorrida por Antônio na parte de natação?

a) 3 km
b) 5 km
c) 7 km
d) 9 km
e) 11 km



Leia o texto a seguir para resolver a próxima questão:

Bem-vindo a Porto Alegre!
Você é nosso convidado para embarcar num belo passeio de ônibus com a Linha Turismo.
Ao longo do trajeto, você verá importantes pontos turísticos da cidade e resolverá diversos desafios.
Aperto seu cinto e aproveite a vista!
Desejamos a você um ótimo passeio!
Ass.: CMPA

5- (CMPA – 2020) Quando o ônibus passa pelo Cais do Porto, você é informado de que ele representa o maior porto fluvial do país em extensão. Esse porto é dividido em 3 regiões: Cais Mauá, Cais Navegantes e Cais Marcílio Dias, com áreas de 149750 m², 264250 m² e 92581 m², respectivamente. O algarismo da ordem das unidades de milhar da área total do Cais do Porto, em m², é:

a) 0.
b) 2.
c) 4.
d) 6.
e) 8

6- (CMC – 2012) Pedrinho tem quatro cartões: 2 3 5 5. Com esses quatro cartões, ele forma todos os números possíveis com quatro algarismos e escreve-os no caderno em ordem crescente. Então, observa que o número 3.552 ocupa a 6° posição na ordenação dos valores determinados por ele. De acordo com essas informações, pode-se afirmar que a diferença entre o sucessor e o antecessor do número 3.552 na lista de Pedrinho é igual a:

a) 1980.
b) 1710.
c) 1683.
d) 972.
e) 270.

7- (CMC – 2013) Somando-se o sucessor do número 20122012 com o antecessor do número 100000, no sistema de numeração decimal, obtém-se um número cuja soma dos algarismos é igual a:

a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

8- (CMR – 2019 – ADAPTADA) Na operação de subtração de duas centenas de números naturais abaixo, um aluno, por descuido, apagou 3 (três) algarismos dessa operação. Qual é a soma desses algarismos que foram apagados? Obs.: cada símbolo ■ representa um algarismo.

$$\begin{array}{cccc} & \blacksquare & 3 & 7 \\ - & 1 & 9 & \blacksquare \\ \hline & 5 & \blacksquare & 6 \end{array}$$

a) 12
b) 15
c) 19
d) 20
e) 22

9- (CMR – 2019) Um aluno ao embarcar em um ônibus escolar, cumprimentou todos os 18 passageiros existentes. Minutos depois, desceram 2 alunos e subiram mais 4 alunos. Quantas pessoas prosseguirão a viagem nesse ônibus?

a) 20
b) 21
c) 22
d) 23
e) 24

Leia o texto a seguir para resolver a próxima questão:

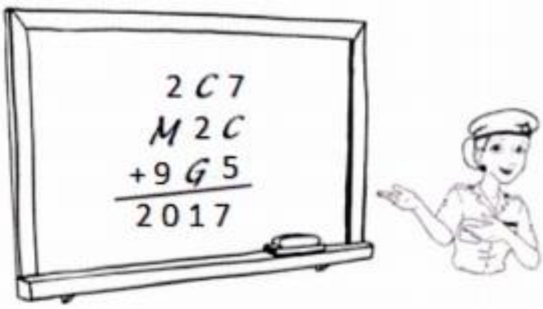
Na Revista *Amazing Fantasy* #15, é publicada, pela primeira vez, uma história do *O Homem-Aranha*. Ele se tornará o herói mais popular da Marvel. (agosto de 1962).

10- (CMRJ - 2019) No texto, o **#15** indica o exemplar de número quinze da publicação. Entretanto, podemos utilizar símbolos com outros significados. Na adição abaixo, #, @ e * substituem alguns algarismos. Em sequência crescente, quais os valores obtidos para os referidos símbolos?

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 5 & @ & 2 \\ + & & * & 8 & \# \\ \hline & 2 & 0 & 1 & 9 \end{array}$$

a) 2; 4; 7
b) 1; 2; 3
c) 3; 4; 7
d) 2; 3; 7
e) 4; 5; 8

11- (CMCG - 2018) As letras C, M e G representam algarismos que foram omitidos na adição abaixo. Sabe-se que letras diferentes representam algarismos diferentes e que letras iguais representam algarismos iguais.

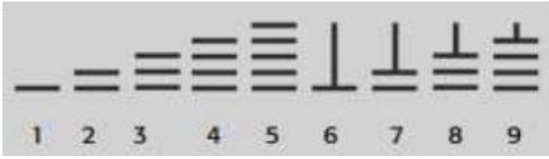


Assim, a adição C + M + C + G é igual a
a) 11
b) 16
c) 21
d) 26
e) 31

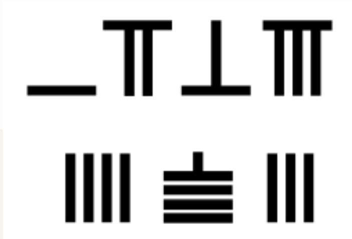
12- (CMS - 2020) Um sistema de numeração muito interessante é o *chinês científico*, que provavelmente existe há mais de dois milênios. O sistema é essencialmente posicional, de base 10. Entretanto, esse sistema utiliza símbolos diferentes para algarismos em posições pares e ímpares. Por exemplo, no número 22, o 2 das unidades utiliza o símbolo do 2 das posições ímpares, enquanto o 2 das dezenas utiliza o símbolo do 2 das posições pares.

A figura a seguir mostra como os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são representados quando aparecem em ordens ímpares.

Quando aparecem nas ordens pares, os algarismos são representados como mostrado na figura a seguir.



Abaixo, há dois números representados no sistema de numeração chinês.



A soma desses dois números, representada no sistema de numeração indo-arábico é

a) 2366.
b) 2281.
c) 2261.
d) 1777.
e) 1716.

13- (CMS - 2017 - ADAPTADA) Uma estrada com 370 km de extensão passa pelas cidades de Juá e Cipó. Considere o início dessa estrada no quilômetro 0 (zero) e o fim dela no quilômetro 370. No quilômetro 90 dessa estrada, no sentido de quem vai do início para o fim, há uma placa indicando Juá a 72 km. No quilômetro 280, no sentido de quem vai do fim para o início, há uma placa indicando Cipó a 102 km. Qual é a distância entre Juá e Cipó?

a) 16 km
b) 90 km
c) 118 km
d) 220 km
e) 268 km

14- (CMC - 2020) Em uma turma de alunos que se preparavam para o concurso de admissão do Colégio Militar, o professor apresentou o problema abaixo:

> "Pense em um número de três algarismos diferentes que estão escritos da esquerda para a direita, em ordem decrescente. Quando troco a posição o algarismo das centenas com o das unidades simples e subtraio do número pensado, a diferença é 594. Por outro lado, quando troco de posição o algarismo das dezenas com o das unidades simples do número pensado, o número diminui em 9 unidades. Sabe-se também que a soma de todos os algarismos desse número é 13."

Após determinar o número pensado pelo professor, é correto afirmar que a soma desse número pensado com o maior número de três algarismos distintos é:

a) 1.918
b) 1.828
c) 1.819
d) 1.738
e) 1.729

15- (CMC-2019) O número 2018 é formado por quatro dígitos distintos: 0, 1, 2 e 8. Mudando as posições desses quatro dígitos é possível determinar 24 números diferentes, por exemplo: 0128, 0821, 2180, 8210, etc. A soma desses 24 números distintos, representados no sistema de numeração decimal, é igual a:

a) 66 000
b) 66 066
c) 66 726
d) 73 326
e) 133 188

Capítulo 3 – Multiplicação e Divisão de Números Naturais

A Tabuada

O domínio da tabuada é fundamental para realização das operações de multiplicação e divisão com precisão e velocidade. Devemos saber pelo menos a tabuada do 1 ao 10 de cabeça, sem demorar para obter os resultados. Quanto menos domínio tivermos da tabuada, mais tempo vamos perder para resolver operações de multiplicação e divisão e, consequentemente, mais tempo perderemos para resolver as questões no momento das provas.

Se você ainda não tem um bom domínio da tabuada, estude-a todos os dias por um período de tempo até que ela se torne fácil pra você. O ideal é que você responda qualquer multiplicação da tabuada em 3 segundos ou menos. Mas, obviamente, isso não será conseguido em um ou dois dias. O método da repetição é o melhor de todos. Escolha duas tabuadas por dia e estude-as **muito**, até que todas se tornem fáceis.

Multiplicação no Conjunto dos Naturais

A multiplicação é uma operação que dá a ideia de somar uma mesma parcela várias vezes. Por exemplo, se você tem 4 amigos e cada um deles te dá 3 balas, com quantas balas você fica? O cálculo é simples:

$$3+3+3+3 = 4 \text{ vezes o } 3$$

Representamos essa operação matematicamente da seguinte forma:

$$3+3+3+3 = 3\text{x}4$$

Efetuando a operação de soma, chegamos ao resultado 12. Assim, podemos escrever:

$$3\text{x}4 = 12$$

O 3, nesse caso, é chamado de **multiplicando**, e o 4 de **multiplicador**. Também podemos escrever essa multiplicação da seguinte forma:

$$\begin{array}{cccl} & & 3 & \rightarrow \text{Multiplicando} \\ \text{x} & & 4 & \rightarrow \text{Multiplicador} \\ \hline & 1 & 2 & \rightarrow \text{Produto} \end{array}$$

O multiplicador indica quantas vezes o multiplicando irá se repetir. O multiplicando é “somado” tantas vezes quanto o multiplicador indicar. Podemos chamar multiplicando e multiplicador também de **fatores**. E por fim, o produto é o resultado da multiplicação.

A multiplicação de números menores do que 10 pode ser efetuada através da tabuada. Agora, quando trabalhamos com o 10 ou com números maiores ou iguais a 10 devemos alinhar os algarismos segundo suas ordens e efetuar a operação por partes. Veja:

	D	U			D	U			D	U
			Na unidade 2x4=8				Na dezena 2x1=2			
	1	4	→		1	4	→		1	4
x		2		x		2		x		2
						8			2	8

As letras U e D nas primeiras linhas de cada coluna representam as ordens, que foram vistas na primeira aula: unidade simples e dezena simples, respectivamente.

Observamos, pelo exemplo acima, a importância de se saber bem a tabuada para termos agilidade na resolução dessas operações.

Quando o resultado de alguma das multiplicações fica maior do que 9 devemos subir o algarismo das dezenas para a próxima ordem e somar ao resultado da multiplicação das dezenas, semelhante ao que fazíamos na adição. Veja:

	D	U			D	U			D	U
			3x7=21 na unidade		2		3x2=6		2	
	2	7	→		2	7	→		2	7
x		3	Sobe 2 na dezena	x		3	6+2=8 na dezena	x		3
						1			8	1

Esse raciocínio pode ser estendido para números maiores. Veja:

	C	D	U			C	D	U			C	D	U			C	D	U
				7x8=56 na unidade			5		7x3=21		2	5		7x1=7		2	5	
	1	3	8	→		1	3	8	→		1	3	8	→		1	3	8
x			7	Sobe 5 na dezena	x			7	21+5=26 Sobe 2 na centena	x			7	7+2=9	x			7
			6					6				6	6			9	6	6

Quando temos o multiplicando como um número com mais de um algarismo, efetuamos uma operação de cada vez e somamos os resultados alinhando cada resultado das multiplicações com um deslocamento de ordem para a esquerda. Se ficou difícil de entender, apenas acompanhe o exemplo 226x82. Começamos multiplicando o 226 por 2:

	C	D	U			C	D	U			C	D	U			C	D	U
				2x6=12 na unidade			1		2x2=4			1		2x2=4			1	
	2	2	6	→		2	2	6	→		2	2	6	→		2	2	6
x		8	2	Sobe 1 na dezena	x		8	2	4+1=5	x		8	2		x		8	2
								2				5	2			4	5	2

Agora multiplicamos o 226 por 8 na linha de baixo da primeira multiplicação. No entanto, alinhamos a ordem das unidades do novo resultado com a ordem das dezenas do resultado da primeira multiplicação. Fazemos isso colocando um sinal de mais (+) ou um 0 (zero) abaixo da unidade do resultado da primeira multiplicação. Para os nossos exemplos, utilizaremos um sinal de mais (+). Para não haver confusão, os números que subiram e foram somados na primeira multiplicação nós “cortamos”. Veja:

```
    C   D   U
        1
    2   2   6
x       8   2
-------------
    4   5   2
            +
-------------
```

Aí prosseguimos a operação da mesma maneira. Veja:

```
    C   D   U                  C   D   U                  C   D   U                  C   D   U
                                   4                      2   4                      2   4
        1                          1                          1                          1
    2   2   6    8x6=48        2   2   6    8x2=16        2   2   6    8x2=16        2   2   6
x       8   2      →       x       8   2    16+4=20   x       8   2      →       x       8   2
-------------              -------------      →       -------------              -------------
    4   5   2   Sobe 4 na      4   5   2   Sobe 2 na      4   5   2   16+2=18        4   5   2
            +    dezena            8   +    centena       0   8   +              1   8   0   8   +
-------------              -------------              -------------              -------------
```

Por fim, efetuamos a operação de adição com os resultados das duas multiplicações:

```
        C   D   U                    C   D   U                    C   D   U
        2   4                        2   4                        2   4
            1                            1                            1
        2   2   6                    2   2   6                    2   2   6
x           8   2   →        x           8   2   →        x           8   2   →
    -------------                -------------                -------------
                                                                  1
        4   5   2   Somente          4   5   2    8+5=13          4   5   2    4+0+1=5
1   8   0   8   +   Abaixa o 2   1   8   0   8   +   Sobe 1   1   8   0   8   +
----------------             ----------------             ----------------
                                             2                        3   2

        C   D   U                    C   D   U
        2   4                        2   4
            1                            1
        2   2   6                    2   2   6
x           8   2      →        x        8   2
    -------------                -------------
        1           Abaixa o 8
        4   5   2   e o 1, pois      4   5   2
1   8   0   8   +   Estão        1   8   0   8   +
----------------                 ----------------
        5   3   2   sozinhos     1   8   5   3   2
```

Portanto, 226 x 82 = 18532.

Se o multiplicando tiver três algarismos, procedemos da mesma forma. No entanto, quando colocamos o resultado da terceira multiplicação, devemos colocá-lo com duas ordens deslocadas pra esquerda. Veja o exemplo 248x124:

	C	D	U
	2	4	8
x	1	2	4

4x8=32 na unidade → Sobe 3 na dezena

	C	D	U
		3	
	2	4	8
x	1	2	4
			2

4x4=16 → 16+3=19 Sobe 1

	C	D	U
	1	1	
	2	4	8
x	1	2	4
		9	2

4x2=8 → 8+1=9

	C	D	U
	1	1	
	2	4	8
x	1	2	4
	9	9	2

	C	D	U
	~~1~~	~~1~~	
	2	4	8
x	1	2	4
	9	9	2
			+

2x8=16 → Sobe 1

	C	D	U
		1	
	~~1~~	~~1~~	
	2	4	8
x	1	2	4
	9	9	2
	9	6	+

2x4=8 8+1=9 →

	C	D	U
	2	4	
	~~1~~	~~1~~	
	2	4	8
x	1	2	4
	9	9	2
	9	6	+

2x2=4 →

		C	D	U
		2	4	
		~~1~~	~~1~~	
		2	4	8
x		1	2	4
		9	9	2
	4	9	6	+

Agora multiplicamos o 248 pelo 1, que é o algarismo da centena do multiplicando. Colocamos o resultado com duas ordens de deslocamento pra esquerda dessa vez, colocando, em vez de um sinal de +, dois sinais. Veja:

		C	D	U
		~~2~~	~~4~~	
		~~1~~	~~1~~	
		2	4	8
x		1	2	4
		9	9	2
	4	9	6	+
			+	+

1x8=8 →

		C	D	U
		~~2~~	~~4~~	
		~~1~~	~~1~~	
		2	4	8
x		1	2	4
		9	9	2
	4	9	6	+
		8	+	+

1x4=4 →

		C	D	U
		~~2~~	~~4~~	
		~~1~~	~~1~~	
		2	4	8
x		1	2	4
		9	9	2
	4	9	6	+
	4	8	+	+

1x2=2 →

			C	D	U
			~~2~~	~~4~~	
			~~1~~	~~1~~	
			2	4	8
x			1	2	4
			9	9	2
		4	9	6	+
	2	4	8	+	+

Por fim, efetuamos a operação a adição normalmente:

			C	D	U
			~~2~~	~~4~~	
			~~1~~	~~1~~	
			2	4	8
		x	1	2	4
			9	9	2
		4	9	6	+
	2	4	8	+	+

Abaixa o 2 →

			C	D	U
			~~2~~	~~4~~	
			~~1~~	~~1~~	
			2	4	8
		x	1	2	4
			9	9	2
		4	9	6	+
	2	4	8	+	+
					2

9+6=15 → Sobe 1

			C	D	U
			~~2~~	~~4~~	
			~~1~~	~~1~~	
			2	4	8
		x	1	2	4
			1		
			9	9	2
		4	9	6	+
	2	4	8	+	+
				5	2

9+9+8+1=27 → Sobe 2

		C	D	U
		~~2~~	~~4~~	
		~~1~~	~~1~~	
		2	4	8
	x	1	2	4
		1		
	2	9	9	2
	4	9	6	+
2	4	8	+	+
		7	5	2

4+4+2=10 → Sobe 1

		C	D	U
		~~2~~	~~4~~	
		~~1~~	~~1~~	
		2	4	8
	x	1	2	4
		1		
	2	9	9	2
1	4	9	6	+
2	4	8	+	+
	0	7	5	2

2+1=3 →

		C	D	U
		~~2~~	~~4~~	
		~~1~~	~~1~~	
		2	4	8
	x	1	2	4
		1		
	2	9	9	2
1	4	9	6	+
2	4	8	+	+
3	0	7	5	2

Portanto, 248x124 = 30752.

Hora do Macete!!!

Quando a multiplicação possui um multiplicador que possua um ou mais zeros mas não termine em zero podemos simplesmente colocar um sinal de (+) extra na linha correspondente a essa etapa da multiplicação e seguir a multiplicação pelo próximo algarismo. Isso porque a multiplicação por zero traria uma linha somente com zeros, e esses zeros, no momento de efetuar a soma para concluir a operação, não fariam diferença. Vamos ver como fica isso efetuando a multiplicação 324x108:

	C	D	U
	3	2	4
x	1	0	8

8x4=32 na unidade → Sobe 3 na dezena

	C	D	U
		3	
	3	2	4
x	1	0	8
			2

8x2=16 → 16+3=19 Sobe 1

	C	D	U
	1	3	
	3	2	4
x	1	0	8
		9	2

8x3=24 → 24+1=25

	C	D	U
	1	3	
	3	2	4
x	1	0	8
2	5	9	2

Agora, na próxima etapa, além de colocar o 1° sinal de (+) para efetuar a próxima operação, colocamos outro, de modo que seja possível já efetuar a multiplicação do 324 por 1 de maneira direta. Veja:

	C	D	U
	~~1~~	~~3~~	
	3	2	4
x	1	0	8
2	5	9	2
		+	+

Em vez de efetuar a multiplicação por zero, que traria somente zeros nessa linha, apenas colocamos esse sinal extra de (+) e efetuamos a multiplicação do 324 por 1, que é o próximo algarismo.

E agora seguimos a multiplicação normalmente:

1x4=4
$$\begin{array}{ccccc} & & C & D & U \\ & & \cancel{1} & \cancel{3} & \\ & & 3 & 2 & 4 \\ & \times & 1 & 0 & 8 \\ \hline & 2 & 5 & 9 & 2 \\ & & 4 & + & + \end{array}$$
→ 1x2=2
$$\begin{array}{ccccc} & & C & D & U \\ & & \cancel{1} & \cancel{3} & \\ & & 3 & 2 & 4 \\ & \times & 1 & 0 & 8 \\ \hline & 2 & 5 & 9 & 2 \\ & 2 & 4 & + & + \end{array}$$
→ 1x3=3
$$\begin{array}{cccccc} & & & C & D & U \\ & & & \cancel{1} & \cancel{3} & \\ & & & 3 & 2 & 4 \\ & & \times & 1 & 0 & 8 \\ \hline & & 2 & 5 & 9 & 2 \\ 3 & & 2 & 4 & + & + \end{array}$$

E por fim efetuamos a operação de adição:

$$\begin{array}{ccccc} & & C & D & U \\ & & \cancel{1} & \cancel{3} & \\ & & 3 & 2 & 4 \\ & \times & 1 & 0 & 8 \\ \hline & 2 & 5 & 9 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & + & + \\ \hline \end{array}$$
→ Abaixa o 2 e o 9
$$\begin{array}{ccccc} & & C & D & U \\ & & \cancel{1} & \cancel{3} & \\ & & 3 & 2 & 4 \\ & \times & 1 & 0 & 8 \\ \hline & 2 & 5 & 9 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & + & + \\ \hline & & & 9 & 2 \end{array}$$
→ 5+4=9
$$\begin{array}{ccccc} & & C & D & U \\ & & \cancel{1} & \cancel{3} & \\ & & 3 & 2 & 4 \\ & \times & 1 & 0 & 8 \\ \hline & 2 & 5 & 9 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & + & + \\ \hline & & 9 & 9 & 2 \end{array}$$
→ 2+2=4
$$\begin{array}{ccccc} & & C & D & U \\ & & \cancel{1} & \cancel{3} & \\ & & 3 & 2 & 4 \\ & \times & 1 & 0 & 8 \\ \hline & 2 & 5 & 9 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & + & + \\ \hline & 4 & 9 & 9 & 2 \end{array}$$
→ Abaixa o 3
$$\begin{array}{ccccc} & & C & D & U \\ & & \cancel{1} & \cancel{3} & \\ & & 3 & 2 & 4 \\ & \times & 1 & 0 & 8 \\ \hline & 2 & 5 & 9 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & + & + \\ \hline 3 & 4 & 9 & 9 & 2 \end{array}$$

Portanto, 324x108 = 34992.

Essa mesma ideia pode ser estendida para o caso de o multiplicador ter mais um zero. Vamos efetuar, na sequência, a multiplicação 531x1007 para visualizar isso.

$$\begin{array}{ccccc} & U & C & D & U \\ & & 5 & 3 & 1 \\ \times & 1 & 0 & 0 & 7 \\ \hline \end{array}$$
7x1=7 na unidade →
$$\begin{array}{ccccc} & U & C & D & U \\ & & 5 & 3 & 1 \\ \times & 1 & 0 & 0 & 7 \\ \hline & & & & 7 \end{array}$$
7x3=21 → Sobe 2
$$\begin{array}{ccccc} & U & C & D & U \\ & & 2 & & \\ & & 5 & 3 & 1 \\ \times & 1 & 0 & 0 & 7 \\ \hline & & & 1 & 7 \end{array}$$
7x5=35 → 35+2=37
$$\begin{array}{ccccc} & & C & D & U \\ & & 2 & & \\ & & 5 & 3 & 1 \\ \times & 1 & 0 & 0 & 7 \\ \hline & 3 & 7 & 1 & 7 \end{array}$$

Na sequência, a ideia original seria colocar um sinal de (+) e efetuar a multiplicação do 531 pelo 0, que vem logo antes do algarismo 7. No entanto, além desse primeiro sinal de (+), colocaremos outros dois sinais de (+), um para cada zero, para na sequência já efetuarmos a multiplicação do 531 pelo 1.

	U	C	D	U
		~~2~~		
		5	3	1
x	1	0	0	7
	3	7	1	7
		+	+	+

Como há dois zeros no 1007, colocamos dois sinais extras de (+), um para cada zero. A seguir, efetuamos a multiplicação do 531 por 1.

Seguindo a multiplicação:

1x1=1

			U	C	D	U
				~~2~~		
				5	3	1
		x	1	0	0	7
			3	7	1	7
			1	+	+	+

→ 1x3=3

			U	C	D	U
				~~2~~		
				5	3	1
		x	1	0	0	7
			3	7	1	7
		3	1	+	+	+

→ 1x5=5

			U	C	D	U
				~~2~~		
				5	3	1
		x	1	0	0	7
			3	7	1	7
	5	3	1	+	+	+

E por fim efetuamos a soma:

→ Abaixa o 7, o 1 e o outro 7

			U	C	D	U
				~~2~~		
				5	3	1
		x	1	0	0	7
			3	7	1	7
	5	3	1	+	+	+
				7	1	7

→ 3+1=4

			U	C	D	U
				~~2~~		
				5	3	1
		x	1	0	0	7
			3	7	1	7
	5	3	1	+	+	+
			4	7	1	7

→ Abaixa o 3 e o 5

			U	C	D	U
				~~2~~		
				5	3	1
		x	1	0	0	7
			3	7	1	7
	5	3	1	+	+	+
	5	3	4	7	1	7

Portanto, 531x1007 = 534717.

A Multiplicação e a Propriedade Comutativa

A multiplicação, assim como a adição, é comutativa. E o que isso significa? Significa que **a ordem dos fatores não altera o produto!** Ou seja, se invertemos a ordem dos fatores, o produto será o mesmo. Veja:

8x6 = 48	⟷	6x8 = 48
7x8 = 56	⟷	8x7 =56
24x4 = 96	⟷	4x24 =96
105x28 = 2940	⟷	28x105 = 2940

Essa propriedade pode ser utilizada até mesmo na tabuada para lembrar algum produto caso nos esqueçamos. Por exemplo: se vc não souber quanto é 8x4, pode lembrar-se que 4x8 = 32, portanto 8x4 =32 também. **No entanto, não devemos nos fiar em macetes para memorizar a tabuada, o ideal é que saibamos todas de bate-pronto!**

O Elemento Neutro da Multiplicação

Assim como a adição, a multiplicação também tem um elemento neutro: o número 1. E o que significa? Significa que se multiplicarmos qualquer número por 1, ou vice-versa, o resultado será sempre esse mesmo número. Por exemplo:

9x1 = 9	45x1 = 45	1x36 = 36
109x1 = 109	1x986 = 986	1002x1 = 1002

Devemos tomar cuidado, pois enquanto o elemento neutro da multiplicação é 1, o elemento neutro da adição é 0, conforme vimos na aula de adição e subtração! Não faça confusão!

Elemento neutro da adição:	0
Elemento neutro da multiplicação:	1

Multiplicação e a Propriedade Associativa

A propriedade associativa nos diz que, em multiplicações sucessivas, podemos associar os fatores de qualquer maneira e o resultado não será alterado. Veja os exemplos:

4x8x2 = 2x8x4 = 4x2x8 = 64	3x9x5 = 9x5x3 = 3x5x9 = 135
5x4x3 = 4x5x3 = 3x5x4 = 60	9x8x4 = 8x4x9 = 4x8x9 = 288

A Multiplicação por 0

O produto de um número por zero é sempre zero, independentemente de qual seja o número. Veja os exemplos:

4x0 = 0	27x0 = 0	0x93 = 0
705x0 = 0	1236x0 = 0	0x9852 = 0

Multiplicação de Naturais por 10, 100, 1000...

Quando multiplicamos um número natural por potências de 10 (10, 100, 1000, 10000), para obter o resultado basta repetir o número e acrescentar ao final dele a quantidade de zeros que temos na potência de 10. Veja os exemplos:

28x1**0** = 28**0**

Um zero na potência de 10 — **Acrescenta-se um zero no resultado**

$36\text{x}1\underbrace{00} = 36\underbrace{00}$

Dois zero na potência de 10 — **Acrescenta-se dois zeros no resultado**

$$103\text{x}1\underbrace{000}_{\text{Três zeros na potência de 10}} = 103\underbrace{000}_{\text{Acrescenta-se três zeros no resultado}}$$

Isso torna as multiplicações por potências de 10 muito mais simples, de modo que não precisamos montar as operações pra saber o resultado. **Podemos ganhar um bom tempo na resolução das provas com esse macete!**

Esses macetes também são aplicáveis ao se multiplicar números naturais quaisquer por múltiplos quaisquer de 10 (10, 20, 30, 40, 50). No entanto, dessa vez, devemos multiplicar o número pelos algarismos que não englobam o zero e, por último, acrescentar os zeros. Veja no exemplo de 44x2**0** abaixo. Iniciamos multiplicando o 44 por 2:

$$44\text{x}2 = 88$$

Agora, como estávamos multiplicando o 44 por 2**0** e não por 2, acrescentamos o zero no produto pra obter o resultado final:

$$44\text{x}2\mathbf{0} = 88\mathbf{0}$$

Outro exemplo, 67x9**00**. Iniciamos efetuando 67x9:

$$67\text{x}9 = 603$$

E acrescentamos o zero no produto pra obter o resultado final:

$$67\text{x}9\mathbf{00} = 603\mathbf{00}$$

Também podemos utilizar essa ideia efetuando as operações de multiplicação conforme vimos nos tópicos acima. O que fazemos é deixar o múltiplo de 10 como o multiplicando da operação e colocamos os zeros "pro lado de fora". Veja o exemplo 48x2**00**. Montamos a operação da seguinte forma:

$$\begin{array}{cccc} & 4 & 8 & \\ \text{x} & & 2 & 0 \; 0 \\ \hline \end{array}$$

Agora simplesmente "baixamos" os zeros e efetuamos a multiplicação do 48 por 2. Veja como fica:

$$\begin{array}{ccccc} & 4 & 8 & & \\ \text{x} & & 2 & 0 & 0 \\ \hline & & & 0 & 0 \end{array} \quad \xrightarrow[\text{Sobe 1}]{2\text{x}8=16} \quad \begin{array}{ccccc} & \overset{1}{4} & 8 & & \\ \text{x} & & 2 & 0 & 0 \\ \hline & & 6 & 0 & 0 \end{array} \quad \xrightarrow[8+1=9]{2\text{x}4=8} \quad \begin{array}{cccccc} & & 4 & 8 & & \\ \text{x} & & & 2 & 0 & 0 \\ \hline & 9 & 6 & 0 & 0 & \end{array}$$

Portanto, 48x2**00** = 96**00**. Esses macetes são muito úteis pra resolução de vários problemas e também será útil no estudo das operações de divisão. Vale a pena treinar!

Hora do Exercício Parte 1

1- Resolva as seguintes operações de multiplicação (lembre-se que a ordem dos fatores não altera o produto. Ou seja, você pode inverter quando achar mais fácil pra resolver):

a) 24x3 =	b) 84x2 =	c) 36x4 =	d) 58x5 =
e) 63x8 =	f) 5x76 =	g) 108x3 =	h) 42x0 =
i) 36x7 =	j) 6x59 =	k) 0x158 =	l) 51x4 =

2- Resolva as seguintes operações de multiplicação (lembre-se que a ordem dos fatores não altera o produto. Ou seja, você pode inverter quando achar mais fácil pra resolver):

a) 34x25 =	b) 48x39 =	c) 102x27 =	d) 19x104 =

e) 36x0 =	f) 369x78 =	g) 423x19 =	h) 0x687 =
i) 486x98 =	j) 743x69 =	k) 0x158 =	l) 396x74 =

3- Resolva as seguintes operações de multiplicação:

a) 234x255 =	b) 258x409 =	c) 372x727 =	d) 294x104 =
e) 595x0 =	f) 694x325 =	g) 108x698 =	h) 1272x387 =
i) 4753x687 =	j) 1004x654 =	k) 0x638 =	l) 741x608 =

4- Resolva as seguintes operações de multiplicação (use o macete pra ganhar tempo!)

a) 47x10 =	b) 58x100 =	c) 63x200 =	d) 89x300 =
e) 105x500	f) 427x700	g) 603x700	h) 703x600
i) 904x1000	j) 598x900	k) 5350x2000	l) 3987x8000

Numerais Multiplicativos

Os numerais multiplicativos se referem ao número de vezes que uma certa quantidade foi multiplicada. Alguns numerais multiplicativos muito importantes e que são bastante cobrados nas provas dos colégios militares são:

- **Dobro**: indica que uma certa quantidade foi multiplicada por 2.
- **Triplo**: indica que uma certa quantidade foi multiplicada por 3.
- **Quádruplo**: indica que uma certa quantidade foi multiplicada por 4.
- **Quíntuplo**: indica que uma certa quantidade foi multiplicada por 5.

Veja os exemplos.

Exemplo 1: Marcos tinha inicialmente 7 figurinhas e ganhou de seu pai o dobro da quantidade que já tinha. Com quantas figurinhas Marcos ficou?

Resolução: Se Marcos tinha 7 figurinhas e ganhou o dobro da quantidade que tinha, para descobrir quantas figurinhas ele ganhou basta multiplicar 7 por 2. Assim:

$$7x2 = 14$$

Como Marcos tinha, inicialmente, 7 figurinhas, e ganhou 14, então sua quantidade final de figurinhas será 7+14. Assim:

$$7+14 = 21$$

Logo, no final, Marcos ficou com 21 figurinhas.

Exemplo 2: Roberta tinha uma coleção de 28 bonecas. Como Roberta cresceu e não brincava mais com elas, decidiu doá-las. Roberta doou 4 bonecas em um bazar de crianças carentes, e o quíntuplo dessa quantidade para uma instituição beneficente que tinha próxima a sua casa. Com quantas bonecas Roberta ficou após as doações?

Resolução: Roberta tinha inicialmente 28 bonecas. Doou 4 para um bazar de crianças carentes, e o quíntuplo dessa quantidade (quíntuplo de 4) para a instituição beneficente próxima à casa dela. Para saber quantas bonecas ela doou para essa instituição, basta que multipliquemos 4 por 5. Assim:

$$4x5 = 20$$

Logo, Roberta doou 4 + 20 bonecas, totalizando um total de 24 bonecas doadas. Assim, para saber com quantas bonecas ficou ao final, basta subtrair 24 de 28. Assim:

$$28 - 24 = 4$$

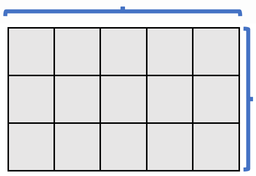
Logo, após as doações, concluímos que Roberta ficou com 4 bonecas.

Organização Retangular

Na figura abaixo temos uma figura geométrica chamada retângulo.

Se dividirmos esse retângulo em pequenos quadradinhos, de modo a ficarmos com 5 colunas e 3 linhas, temos:

5 colunas



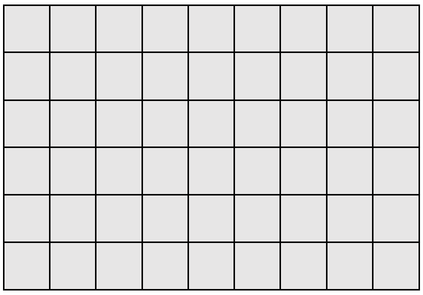
3 linhas

Agora pergunto: Quantos quadradinhos compõe a figura?

A resposta é fácil, se contarmos um a um chegaremos o valor de 15. Mas existe uma maneira prática que é muito mais fácil e rápida de efetuar essa contagem, especialmente se o número de quadradinhos for muito grande: basta multiplicar o número de linhas pelo número de colunas!

De fato, se multiplicarmos, nesse exemplo, 5x3, obtemos como resultado o número 15. Portanto, há 15 quadradinhos compondo a figura.

Essa regra se torna ainda mais prática quando trabalhamos com figuras maiores. Veja:



E agora, quantos quadradinhos têm na figura? O trabalho de contagem certamente seria muito trabalhoso. Basta, então, que contemos o número de linhas e o número de colunas e multipliquemos esses números.

O número de colunas é 9, e o número de linhas é 6. Assim, basta multiplicar 9 por 6 para encontrarmos o total de quadradinhos. Como 9x6 = 54, há na figura 54 quadradinhos.

Essa ideia é prática e nos dá velocidade para resolução desse tipo de problema. Agora observe que, em vez de dividirmos um retângulo em pequenos quadradinhos, podemos dividir um auditório em poltronas, uma parede em lajotas, entre outros. Veja um exemplo:

Exemplo 3: O auditório de um teatro é composto por 12 filas de poltronas, sendo essas filas distribuídas em 28 colunas. Quantos lugares há, no total, nesse auditório?

É um problema similar ao do retângulo que vimos, mas em vez de um retângulo dividido em quadradinhos, temos um auditório dividido em poltronas. Assim, para sabermos qual é o total de lugares no auditório basta que multipliquemos o número de filas pelo número de colunas (ou vice-versa). Assim, multiplicando 28 por 12:

	C	D	U	
		2	8	2x8=16
x		1	2	→
			6	Sobe 1 na dezena

	C	D	U	
		1		2x2=4
		2	8	4+1=5
x		1	2	→
		5	6	

	C	D	U	
		1		Corta o 1 em cima do 2
		2	8	
x		1	2	→
		5	6	1x8=8

	C	D	U	
		~~1~~		
		2	8	1x2=2
x		1	2	→
		5	6	
		8	+	

	C	D	U	
		~~1~~		Na soma, Baixa o 6
		2	8	
x		1	2	→
		5	6	
	2	8	+	

	C	D	U	
		~~1~~		
		2	8	8+5=13
x		1	2	→
		5	6	Sobe 1 na dezena
	2	8	+	
			6	

$$
\begin{array}{cccc}
 & C & D & U \\
 & & \overset{1}{} & \\
 & & 2 & 8 \\
\times & & 1 & 2 \\
\hline
 & {\scriptstyle 1} & \color{red}{5} & 6 \\
 & 2 & \color{red}{8} & + \\
\hline
 & & \color{red}{3} & 6
\end{array}
\quad \xrightarrow{2+1=3} \quad
\begin{array}{cccc}
 & C & D & U \\
 & & \overset{1}{} & \\
 & & 2 & 8 \\
\times & & 1 & 2 \\
\hline
 & {\scriptstyle 1} & 5 & 6 \\
 & \color{red}{2} & 8 & + \\
\hline
 & \color{red}{3} & 3 & 6
\end{array}
$$

Assim, concluímos que esse teatro tem um total de 336 lugares.

Hora do Exercício – Parte 2

1- Calcule:

a) O dobro de 49	b) O triplo de 54	c) O quádruplo de 903	d) O Triplo de 604
e) O quíntuplo de 824	f) O triplo de 981	g) O quádruplo de 769	h) O dobro de 604
i) O quádruplo de 923	j) O triplo de 294	k) O dobro de 375	l) O triplo de 2987

2- Resolva os seguintes problemas:

a) Num auditório de um programa de TV há 24 filas distribuídas em 48 colunas. Quantos lugares há, no total, nesse auditório?

b) Num teatro os lugares estão distribuídos em filas horizontais e verticais. As filas horizontais totalizam 25 linhas, e as filas verticais, 35. Qual o total de lugares nesse teatro?

c) Para confraternização de uma pequena empresa, o organizador dispõe de um palco para apresentação e, com algumas cadeiras que tem à disposição, deve montar um auditório para os funcionários se sentarem. Se ele deseja que o auditório tenha 7 filas horizontais e 8 filas verticais, qual será o total de lugares desse auditório?

d) Para comportar um evento que receberá 250 pessoas, um organizador prepara cadeiras para assento fazendo com elas um total de 20 filas horizontais e 12 filas verticais. Os lugares disponíveis serão suficientes para todas as pessoas do evento sentarem? Se não forem, quantos lugares faltarão?

Divisão Exata: Divisor com Um Algarismo

A divisão dá ideia de repartir algo em partes iguais. Por exemplo, se você tem 21 balas e quer reparti-las igualmente entre seus 7 amigos, com quantas balas cada um de seus amigos ficará?

Para responder essa operação, devemos efetuar a divisão de 21 por 7. Representamos e efetuamos essa operação matematicamente por 21:7, 21÷7, ou no formato de chave:

$$\begin{array}{r|l} 2\ \ 1 & 7 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

O traçado que separa os números é chamado de chave. O número à esquerda da chave é o dividendo, e o número à direita (dentro) da chave é o divisor. Efetuamos essa operação em etapas. Começamos sempre escolhendo uma parte do dividendo que seja maior ou igual ao divisor, de modo que seja possível iniciar a divisão. Sempre tentamos o primeiro algarismo da direita sozinho e, caso não seja possível, tentamos os dois primeiros algarismos, os três primeiros, até que seja possível.

Para o exemplo acima, vemos que escolhendo somente o algarismo 2 não é possível iniciar a divisão, já que o 2 é menor do que 7. Escolhemos então os dois primeiros algarismos, que formam o número 21. Quando efetuamos a escolha, colocamos uma "casinha" em cima do 21 pra indicar a nossa escolha e manter a operação organizada.

$$\begin{array}{cc|l} \overset{\frown}{2\ \ 1} & & 7 \\ \cline{3-3} \end{array}$$

Escolhido o número pelo qual iniciaremos a divisão, agora procedemos da seguinte maneira: de acordo com a tabuada, por que número devemos multiplicar o 7 de modo que o resultado dê 21 ou chegue o mais próximo possível de 21 **sem ficar maior do que ele**?

Pela tabuada do 7, sabemos que esse número é o 3, já que 7x3 = 21. Então colocamos esse número abaixo da chave, e ele será o primeiro algarismo do quociente.

$$\begin{array}{c|l} \overset{\frown}{2\ \ 1} & 7 \quad 3x7=21 \\ \cline{2-2} & 3 \\ & \text{Quociente} \end{array}$$

O resultado da multiplicação do número colocado no quociente pelo divisor nós colocamos abaixo do dividendo, alinhando-o de acordo com as ordens com o primeiro número que foi escolhido para iniciar a divisão: unidade em baixo de unidade, dezena em baixo de dezena e assim por diante. Fica assim:

$$\begin{array}{c|l} \overset{\frown}{2\ \ 1} & 7 \\ \cline{2-2} 2\ \ 1 & 3 \end{array}$$

Agora efetuamos uma operação de subtração entre a parte do dividendo que escolhemos para operar e o resultado da multiplicação do primeiro número colocado no quociente pelo divisor. Veja:

$$\begin{array}{rc|l} & \overset{\frown}{2\ \ 1} & 7 \\ \cline{3-3} - & 2\ \ 1 & 3 \\ \cline{2-2} \end{array} \xrightarrow{} {\scriptstyle 1-1=0} \quad \begin{array}{rc|l} & \overset{\frown}{2\ \ 1} & 7 \\ \cline{3-3} - & 2\ \ 1 & 3 \\ \cline{2-2} & \ \ \ \ 0 & \end{array} \xrightarrow{} {\scriptstyle 2-2=0} \quad \begin{array}{rc|l} & \overset{\frown}{2\ \ 1} & 7 \\ \cline{3-3} - & 2\ \ 1 & 3 \\ \cline{2-2} & 0\ \ 0 & \end{array}$$

Fechamos, assim, a operação de divisão. Veja os nomes de cada termo:

$$\begin{array}{rc|l} & \text{Dividendo} & \\ & \overset{\frown}{2\ \ 1} & 7 \ \ \text{Divisor} \\ \cline{3-3} - & 2\ \ 1 & 3 \\ \cline{2-2} & 0\ \ 0 & \text{Quociente} \\ & \text{Resto} & \end{array}$$

Quando o resto de uma divisão é 0 (zero) dizemos que a divisão é exata.

E respondendo à questão, chegamos à conclusão de que se você tem 21 balas e quer dividi-las igualmente entre 7 amigos, cada um ficará com 3 balas.

Mas as divisões podem envolver números maiores, como no exemplo de 686:7. Teremos algumas etapas a mais agora na divisão, veja:

$$\begin{array}{ccc|c} 6 & 8 & 6 & 7 \\ \cline{4-4} \end{array}$$

Começamos escolhendo a parte do dividendo para iniciar a divisão. Somente o 6 não é possível, pois ele é menor do que 7. Escolheremos então os dois primeiros algarismos, portanto, o número 68.

$$\begin{array}{ccc|c} \overbrace{6 \;\; 8} & & 6 & 7 \\ \cline{4-4} \end{array}$$

Escolhido o número 68, devemos pensar de acordo com a tabuada do 7: que número devemos multiplicar por 7 de modo que o resultado dê exatamente 68 ou chegue o mais próximo disso? Sabendo a tabuada do 7, concluímos que esse número é o 9, pois 7x9 = 63. Observe que nesse método sempre escolheremos um número de apenas um algarismo para multiplicar pelo divisor. Isso é consequência imediata da escolha, no dividendo, do menor número possível para iniciar a divisão. Prosseguindo:

$$\begin{array}{cc|c} \overbrace{6 \;\; 8} & 6 & 7 \\ \cline{3-3} & & 9 \end{array} \quad 7x9=63$$

Multiplicando 7 por 9 chegamos a 63. Na próxima etapa colocamos o 63 imediatamente abaixo do 68, que foi o número escolhido para iniciar a divisão. Assim, preparamos a operação para a subtração, que é a próxima etapa:

$$\begin{array}{rcc|c} & \overbrace{6 \;\; 8} & 6 & 7 \\ \cline{4-4} - & 6 \;\; 3 & & 9 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Subtraindo agora o 63 do 68 temos:

$$\begin{array}{rcc|c} & \overbrace{6 \;\; 8} & 6 & 7 \\ \cline{4-4} - & 6 \;\; 3 & & 9 \\ \cline{2-2} \end{array} \xrightarrow{8-3=5} \begin{array}{rcc|c} & \overbrace{6 \;\; 8} & 6 & 7 \\ \cline{4-4} - & 6 \;\; 3 & & 9 \\ \cline{2-2} & \;\;\; 5 & & \end{array} \xrightarrow{6-6=0} \begin{array}{rcc|c} & \overbrace{6 \;\; 8} & 6 & 7 \\ \cline{4-4} - & 6 \;\; 3 & & 9 \\ \cline{2-2} & 0 \;\; 5 & & \end{array}$$

Agora, como vemos, temos um resto diferente de zero da primeira subtração e um algarismo do dividendo que ainda não foi utilizado (o 6). O resto da primeira subtração, bem como todos os restos que não são os restos que vem da última operação de subtração são chamados restos parciais. Aqui vale uma informação muito importante: **os restos parciais bem como o resto final SEMPRE devem ser menores do que o divisor.** Se isso não ocorrer, então significa que o número que você escolheu para colocar no quociente não foi o número correto, de modo que poderia ter sido colocado um algarismo de valor maior. Assim, devemos voltar na operação e corrigir esse algarismo, colocando um algarismo de valor absoluto maior.

$$\begin{array}{rcc|c} & \overbrace{6 \;\; 8} & 6 & 7 \\ \cline{4-4} - & 6 \;\; 3 & & 9 \\ \cline{2-2} & \underbrace{0 \;\; 5}_{\text{Resto parcial}} & & \end{array}$$

Nesse caso, como o resto parcial 5 é menor do que o divisor 7, podemos prosseguir com a operação, pois isso garante que está tudo correto até aqui. Observe que o zero à esquerda do 5 não faz diferença alguma. Podemos, portanto, ignorá-lo. Para prosseguir, “baixamos” o próximo algarismo do dividendo que não foi operado. Colocamos ele ao lado do resto parcial 6, colocando acima dele um “tracinho”. O tracinho nos indica que esse algarismo está sendo operado, e nos ajudará na organização da conta para não nos perdemos numa próxima etapa, caso haja. Veja:

$$\begin{array}{cccc|cc} & & & | & & \\ & 6 & 8 & 6 & 7 & \\ \cline{5-6} - & 6 & 3 & & 9 & \\ \cline{2-3} & & 5 & 6 & & \end{array}$$

Alguns professores e alguns livros ensinam, em vez de colocar um “tracinho” em cima do número, a puxar uma setinha até o local onde o algarismo será colocado:

$$\begin{array}{cccc|cc} & 6 & 8 & 6 & 7 & \\ \cline{5-6} - & 6 & 3 & \downarrow & 9 & \\ \cline{2-3} & 0 & 5 & 6 & & \end{array}$$

Aqui utilizaremos o tracinho logo acima do número, mas as duas notações estão corretas e não devemos nos preocupar com isso. Prosseguindo então a operação, devemos agora dividir o novo número formado por 7. No caso, dividiremos o 56 por 7.

$$\begin{array}{cccc|cc} & & & | & & \\ & 6 & 8 & 6 & 7 & \\ \cline{5-6} - & 6 & 3 & & 9 & \\ \cline{2-3} & & 5 & 6 & & \end{array}$$

Por que número devemos, agora, multiplicar o 7, de modo que o resultado dê exatamente 56 ou chegue o mais próximo possível disso **sem se tornar maior do que ele**? De acordo com a tabuada do 7, sabemos que esse número é o 8. Então, colocamos o algarismo 8 como segundo algarismo do quociente, ao lado direito do 9:

$$\begin{array}{cccc|cc} & & & | & & \\ & 6 & 8 & 6 & 7 & \\ \cline{5-6} - & 6 & 3 & & 9 & 8 \\ \cline{2-3} & & 5 & 6 & & \end{array} \quad 7x8=56$$

Colocamos, então, o resultado de 7x8 logo abaixo do número 56. Veja:

$$\begin{array}{cccc|cc} & & & | & & \\ & 6 & 8 & 6 & 7 & \\ \cline{5-6} - & 6 & 3 & & 9 & 8 \\ \cline{2-3} & & 5 & 6 & & \\ & - & 5 & 6 & & \\ \cline{3-4} \end{array}$$

Efetuamos, agora, a última operação de subtração para terminar a operação.

$$\begin{array}{crrr|l} & 6 & 8 & 6 & 7 \\ - & 6 & 3 & & 9\ \ 8 \\ & & 5 & 6 & \\ & - & 5 & 6 & \end{array} \xrightarrow{6-6=0} \begin{array}{crrr|l} & 6 & 8 & 6 & 7 \\ - & 6 & 3 & & 9\ \ 8 \\ & & 5 & 6 & \\ & - & 5 & 6 & \\ & & & 0 & \end{array} \xrightarrow{5-5=0} \begin{array}{crrr|l} & 6 & 8 & 6 & 7 \\ - & 6 & 3 & & 9\ \ 8 \\ & & 5 & 6 & \\ & - & 5 & 6 & \\ & & 0 & 0 & \end{array}$$

Portanto, 686:7 é igual a 98.

No próximo exemplo temos 4856:8. Serão colocados de agora em diante somente os resultados das operações de subtração para focarmos mais nas etapas da operação de divisão:

$$\begin{array}{rrrr|l} 4 & 8 & 5 & 6 & 8 \end{array} \xrightarrow[\text{o 48 } 8\text{x}6=48]{\text{Escolhendo}} \begin{array}{crrrr|l} & 4 & 8 & 5 & 6 & 8 \\ - & 4 & 8 & & & 6 \end{array} \xrightarrow{48-48=0} \begin{array}{crrrr|l} & 4 & 8 & 5 & 6 & 8 \\ - & 4 & 8 & & & 6 \\ & 0 & 0 & & & \end{array} \xrightarrow[\text{o 5}]{\text{Baixa}}$$

$$\begin{array}{crrrr|l} & 4 & 8 & 5 & 6 & 8 \\ - & 4 & 8 & & & 6 \\ & 0 & 0 & 5 & & \end{array}$$

A próxima etapa é uma etapa que gera dúvida em muitos estudantes. Você sabe o que fazer agora?

Acontece o seguinte: acabamos de baixar o 5 e observamos que não é possível dividir o 5 por 8, já que o 5 é menor do que o 8. E agora? Agora o que fazemos é baixar o próximo algarismo (no caso, o 6) e acrescentar um 0 (zero) no quociente.

Professor, mas por que a gente faz isso???

Calma, pessoal, é fácil de entender! O raciocínio é o seguinte: a ideia é sempre colocar um algarismo no quociente de modo que, quando multiplicamos o valor desse algarismo pelo divisor, o resultado fique o mais próximo possível do número que estamos buscando. Pois bem, no caso de dividir o 5 por 8, se colocássemos 1 no quociente, sabemos que 8x1 daria 8, e assim ficaria maior do que o 5. Então qual a solução? Colocar o 0. Quando multiplicamos o 0 por qualquer número já vimos que o resultado é zero. Então, na sequência, colocaríamos o 0 abaixo do 5, faríamos a subtração (que daria como resultado o próprio 5) e na sequência baixaríamos o 6 para prosseguir a operação. Esta é a lógica de simplesmente colocar um zero no quociente e baixar o próximo algarismo.

Prosseguimos então baixando o 6 e colocando um 0 no quociente:

$$\begin{array}{rrrr|l} 4 & 8 & 5 & 6 & 8 \\ -4 & 8 & & & 6\ 0 \\ \hline 0 & 0 & 5 & 6 & \end{array} \xrightarrow[8x7=56]{} \begin{array}{rrrr|l} 4 & 8 & 5 & 6 & 8 \\ -4 & 8 & & & 6\ 0\ 7 \\ \hline 0 & 0 & 5 & 6 & \\ & & -5 & 6 & \\ \hline \end{array} \xrightarrow[56-56=0]{} \begin{array}{rrrr|l} 4 & 8 & 5 & 6 & 8 \\ -4 & 8 & & & 6\ 0\ 7 \\ \hline 0 & 0 & 5 & 6 & \\ & & -5 & 6 & \\ \hline & & 0 & 0 & \end{array}$$

Portanto, 4856:8 = 607.

Divisão Exata: Divisor com Dois ou Mais Algarismos

A ideia de se dividir um dividendo por divisores que tenham mais de um algarismo é a mesma de quando o divisor tem apenas um algarismo. No entanto, entra aqui o seguinte detalhe: nós não temos como saber de cabeça a tabuada de números, como por exemplo, o 28, o 36, o 48 e por aí vai. Nesse caso, devemos efetuar as operações de multiplicação para sabermos que número devemos colocar no quociente. No entanto, existem algumas técnicas que podem nos ajudar a chegar mais perto do resultado sem muitas tentativas. Acompanhe o exemplo abaixo, 1608:24.

$$\begin{array}{rrrr|rr} 1 & 6 & 0 & 8 & 2 & 4 \\ \hline \end{array}$$

Inicialmente devemos escolher uma parte do dividendo para iniciar a divisão. O 1 e o 16 são menores do que o 24, então escolheremos o 160.

$$\begin{array}{rrrr|rr} \overbrace{1 \quad 6 \quad 0} & & & 8 & 2 & 4 \\ \hline \end{array}$$

Aqui se inicia o problema: que números devemos multiplicar pelo 24 de modo que o resultado dê exatamente 160 ou chegue o mais próximo possível disso? A melhor alternativa, caso não tenhamos nenhuma ideia de um número que possa dar próximo, é iniciar multiplicando o 24 por 5. Mas por que o 5? Porque o 5 está exatamente no meio do conjunto que vai de 1 a 9, e começando pelo número que está no meio, caso ele não seja o número correto saberemos se devemos arriscar um número maior ou menor de acordo com o resultado. Efetuando a operação 24x5, vem:

$$\begin{array}{rrr} & 2 & 4 \\ \times & & 5 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe 2}]{\substack{\text{Na unidade} \\ 5x4=20}} \begin{array}{rrr} & \overset{2}{2} & 4 \\ \times & & 5 \\ \hline & & 0 \end{array} \xrightarrow[10+2=12]{\substack{\text{Na dezena} \\ 5x2=10}} \begin{array}{rrr} & \overset{2}{2} & 4 \\ \times & & 5 \\ \hline 1 & 2 & 0 \end{array}$$

Tentando o 5 no quociente:

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{160}\,8 & 24 \\ -120 & \overline{5} \\ \hline \end{array} \xrightarrow{160-120=40} \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{160}\,8 & 24 \\ -120 & \overline{5} \\ \hline 040 & \end{array}$$

Agora observe que o resto parcial deu 40. Esse valor está maior do que o divisor, que é 24. Portanto 5 não é o primeiro algarismo do quociente. Devemos retornar à divisão e multiplicar o 24, portanto, por um número maior do que o 5. Poderíamos ter feito isso antes, de modo a garantir que o algarismo que colocássemos no quociente fosse o correto, porém, se não fizermos, basta verificar o resto parcial da divisão: se ele for igual ou maior do que o divisor, significa que o algarismo que colocamos no quociente não é o correto.

Vamos verificar agora o 24x6 e o 24x7:

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 6 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe 2}]{\text{Na unidade } 6\text{x}4=24} \begin{array}{r} \scriptstyle 2 \\ 24 \\ \times\ 6 \\ \hline 4 \end{array} \xrightarrow[12+2=14]{\text{Na dezena } 6\text{x}2=12} \begin{array}{r} \scriptstyle 2 \\ 24 \\ \times\ 6 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 7 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe 2}]{\text{Na unidade } 7\text{x}4=28} \begin{array}{r} \scriptstyle 2 \\ 24 \\ \times\ 7 \\ \hline 8 \end{array} \xrightarrow[14+2=16]{\text{Na dezena } 7\text{x}2=14} \begin{array}{r} \scriptstyle 2 \\ 24 \\ \times\ 7 \\ \hline 168 \end{array}$$

Vemos aqui que 24x6 = 144 e 24x7 = 168. O resultado de 24x6 está menor do que o número que estamos buscando, que é o 160. Já o resultado de 24x7 está maior do que o 160. Portanto, temos aqui a certeza de que o algarismo correto a se colocar no quociente é o 6. Fazendo então o 6 no quociente, temos:

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{160}\,8 & 24 \\ -144 & \overline{6} \\ \hline \end{array} \xrightarrow{160-144=16} \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{160}\,8 & 24 \\ -144 & \overline{6} \\ \hline 016 & \end{array}$$

Observando agora o resto parcial, que é 16, verificamos que ele é menor do que o divisor 24. Portanto, acertamos com o algarismo 6, como já havia sido previsto ao operar 24x7 = 168 e verificar que o resultado dava maior do que 160. Podemos então continuar a operação baixando o 8.

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{160}\,8 & 24 \\ -144 & \overline{6} \\ \hline 016\,8 & \end{array}$$

Dividimos agora o 168 por 24. Como já efetuamos a operação de 24x7 e sabemos que o resultado é 168, sabemos que o próximo algarismo a ser colocado no quociente é o 7. Portanto:

$$\begin{array}{rrrrr|rr} & 1 & 6 & 0 & 8 & 2 & 4 \\ \hline - & 1 & 4 & 4 & & 6 & 7 \\ \hline & 0 & 1 & 6 & 8 & & \\ & - & 1 & 6 & 8 & & \\ \hline \end{array} \quad \xrightarrow{168-168=0} \quad \begin{array}{rrrrr|rr} & 1 & 6 & 0 & 8 & 2 & 4 \\ \hline - & 1 & 4 & 4 & & 6 & 7 \\ \hline & 0 & 1 & 6 & 8 & & \\ & - & 1 & 6 & 8 & & \\ \hline & & 0 & 0 & 0 & & \end{array}$$

Portanto, 1608:24 = 67.

Estimando o Algarismo do Quociente

Vimos que não sabendo por qual algarismo começar a colocar no quociente podemos iniciar multiplicando o divisor por 5 e, a partir daí, tentar outros números até encontrarmos o correto. Essa técnica funciona bem e é muito útil. No entanto, podemos **estimar** esse algarismo e ganhar um pouco de tempo em alguns casos.

Mas professor, o que é estimar???

Estimar, aqui no nosso caso, significa procurar o número que devemos colocar no quociente de modo que seu produto pelo divisor chegue o mais próximo possível do número que estamos buscando.

Observe a seguinte divisão 7332:78:

$$\begin{array}{cccc|cc} 7 & 3 & 3 & 2 & 7 & 8 \\ \cline{5-6} \end{array}$$

Primeiramente escolhemos por que número iniciar a divisão. O 7 não dá, pois é menor do que o 78. O 73 também não dá, pois também é menor do que o 78. Tomamos, então, o 733.

$$\begin{array}{cccc|cc} \overbrace{7 \;\; 3 \;\; 3} & & & 2 & 7 & 8 \\ \cline{5-6} \end{array}$$

Agora vamos esclarecer alguns dos segredos da estimativa. Observe que ao multiplicarmos o 78 por algum número em busca do 733, estamos trabalhando com a tabuada do 78.

78x1	78x2	78x3	78x4	78x5	78x6	78x7	78x8	78x9	78x10

Como podemos ver, estamos "andando" na tabuada do 78. Se percebermos isso já será de grande ajuda no momento de escolher o algarismo que vai no quociente. Mas não é conveniente e nem é necessário multiplicar o 78 por todos os números que vão de 1 a 9 para saber exatamente qual número devemos colocar no quociente. Uma das técnicas que utilizaremos aqui é começar fazendo 78x1 e 78x10. Ambas são multiplicações que podem ser feitas de cabeça e já foram vistas nesse capítulo. 78x1 = 78 e 78x10 = 780.

78x1	78x2	78x3	78x4	78x5	78x6	78x7	78x8	78x9	78x10
78									780

Sabemos que, conforme avançamos de uma coluna pra outra, estamos andando na tabuada do 78. Ou seja, a cada coluna que pulamos, devemos somar 78 unidades ao resultado anterior.

Outra ideia que nos ajuda bastante também é efetuar a operação de 78x5.

$$\begin{array}{r} 7\ 8 \\ \times\ \ 5 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe 4}]{\text{Na unidade } 5\text{x}8=40} \begin{array}{r} {}^{4}\ \\ 7\ 8 \\ \times\ \ 5 \\ \hline 0 \end{array} \xrightarrow[35+4=39]{\text{Na dezena } 5\text{x}7=35} \begin{array}{r} {}^{2}\ \ \ \\ 7\ 8 \\ \times\ \ 5 \\ \hline 3\ 9\ 0 \end{array}$$

Colocando o 390 na tabelinha:

78x1	78x2	78x3	78x4	78x5	78x6	78x7	78x8	78x9	78x10
78				390					780

Agora, para fazer boa estimativa, basta olharmos pra essa tabela e verificar pra qual lado da tabela está o número que estamos buscando. Olhando a tabela, nota-se facilmente que o 733 está próximo do 780, portanto mais pro “final”.

78x1	78x2	78x3	78x4	78x5	78x6	78x7	78x8	78x9	78x10
78				390					780

O 733 ou o número que mais se aproxima do 733 deve ser o resultado de 78x8 ou 78x9.

De fato, completando a tabela tem-se:

78x1	78x2	78x3	78x4	78x5	78x6	78x7	78x8	78x9	78x10
78	**156**	**234**	**312**	**390**	**468**	**546**	**624**	**702**	**780**

Assim, conforme estimamos, o número que mais se aproxima do 733 é o resultado de 78x9, que é 702. Agora veja a tabela abaixo e observe mais uma dica bacana que pode te ajudar no momento das estimativas:

78+78=156 156+78=234 234+78=312 312+78=390 390+78=468 468+78=546 546+78=624 624+78=702 702+78=780

78x1	78x2	78x3	78x4	78x5	78x6	78x7	78x8	78x9	78x10
78	156	234	312	390	468	546	624	702	780

156-78=78 234-78=156 312-78=234 390-78=312 468-78=390 546-78=468 624-78=546 702-78=624 780-78=702

Como multiplicação é uma soma de várias parcelas iguais, podemos obter a tabuada de qualquer número adicionando esse número a ele mesmo várias vezes. Na tabela acima notamos isso. A “montagem” da tabuada do 78 também pode ser feita por soma. E da mesma forma, quando temos, por exemplo, 78x9 = 702 e queremos encontrar o resultado de 78x8, basta subtrair 78 unidades do 702. Essa dica pode ser muito útil pra ganhar velocidade no momento de resolver algumas operações de divisão. Com o tempo e com bastante prática você conseguirá estimar de maneira cada vez melhor o algarismo a colocar no quociente.

Por fim, voltando agora à operação de divisão 7332:78, sabemos que iniciamos o quociente com o algarismo 9.

```
  7 3 3 2 | 7 8                     7 3 3 2 | 7 8    31 < 78, ok      7 3 3 2 | 7 8
- 7 0 2     9      733-702 = 31   - 7 0 2     9          →          - 7 0 2     9
                        →           0 3 1             Baixa o 2       0 3 1 2
```

Agora precisamos dividir o 312 por 78. Já sabemos pela montagem das tabelas acima que 78x4 = 312. No entanto, caso não soubéssemos, poderíamos utilizar a mesma estimativa pra tentar um número mais próximo. Efetuando a operação de 78x5 e chegando-se ao resultado de 390, saberíamos que o número mais próximo a tentar deveria ser o 78x4. Assim, efetuaríamos 78x4 e chegaríamos ao resultado correto, que dá exatamente 312. Terminando a operação:

```
  7 3 3 2 | 7 8                     7 3 3 2 | 7 8
- 7 0 2     9 4         →         - 7 0 2     9 4
  0 3 1 2          312-312=0        0 3 1 2
  - 3 1 2                         - 3 1 2
                                    0 0 0
```

Portanto, 7332:78 = 94.

Vamos resolver agora o exemplo 19788:97 e aprender outra técnica de estimativa.

```
1 9 7 8 8 | 9 7
```

Vamos começar escolhendo uma parte do dividendo para iniciar a divisão. O 1 é menor do que 97, o 19 também, portanto vamos escolher o 197 para iniciar.


```
1 9 7 8 8 | 9 7
```

Agora vamos a mais um macete: podemos aproximar o divisor para um número mais fácil de "obter a tabuada" a fim e facilitar a estimativa. Nesse caso, por exemplo, se aproximarmos o 97 pra 100 será muito mais fácil estimar por qual número devemos iniciar colocando no quociente.

Mas professor, a tabuada do 100 é diferente da tabuada do 97, como isso pode dar certo?

Claro que é diferente! Mas baseando-se na tabuada do 100 conseguimos estimar com mais facilidade por que número devemos iniciar a tentativa a tentar. Acompanhe o seguinte raciocínio:

- ➔ Sabemos que 100x1 = 100.
- ➔ Sabemos que 100x2 = 200
- ➔ 100x2 = 200, fica maior do que 197 que é o número que estamos buscando.
- ➔ Mas na verdade quem devemos multiplicar por 2 é 97, e não o 100. E como 97 < 100, o resultado de 97x2 com certeza será menor do que 200. Assim, podemos iniciar por 97x2.

Claro que existe chance de a nossa estimativa dar errado. Mas com certeza estaremos mais perto do número correto do que se começarmos multiplicando o 97 por 5. Lembre-se, estamos procurando um número que esteja o mais próximo possível do 197 sem passar dele. Fazendo o 97x2 temos:

$$\begin{array}{r} 9\ 7 \\ \times\ \ 2 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe 1}]{\text{Na unidade } 2\text{x}7=14} \begin{array}{r} {}^{1}\ \ \ \\ 9\ 7 \\ \times\ \ 2 \\ \hline 4 \end{array} \xrightarrow[18+1=19]{\text{Na dezena } 2\text{x}9=18} \begin{array}{r} {}^{1}\ \ \ \\ 9\ 7 \\ \times\ \ 2 \\ \hline 1\ 9\ 4 \end{array}$$

Assim, sabemos que 97x2 = 194. Observe que o resultado foi muito próximo do resultado de 100x2, que é igual a 200. Esse tipo de aproximação é um ótimo método de estimativa e nos poupa de efetuar vários cálculos pra efetuar uma operação de divisão.

Agora vem a pergunta: será que não deveríamos efetuar também a operação 97x3 pra ter certeza que o algarismo certo é o 2? A resposta é não! Estamos na tabuada do 97, e podemos simplesmente adicionar 97 unidades ao 194 pra ter o resultado de 97x3. Mas não precisamos efetuar essa operação pra saber que se adicionarmos 97 ao 194 obteremos um número maior do que o 197, que é o número que estamos buscando. E caso estejamos na dúvida, basta checar o resto parcial após a subtração: todos os restos obtidos na operação de divisão devem ser sempre menores do que o divisor. Prosseguindo então a operação de divisão e sempre verificando os restos, que devem ser menores do que o divisor, temos:

$$\begin{array}{rrrrr|l} 1 & 9 & 7 & 8 & 8 & 9\ 7 \\ \cline{6-6} 1 & 9 & 4 & & & 2 \\ \cline{1-3} \end{array} \xrightarrow{197-194=3} \begin{array}{rrrrrr|l} & 1 & 9 & 7 & 8 & 8 & 9\ 7 \\ \cline{7-7} - & 1 & 9 & 4 & & & 2 \\ \cline{2-4} & 0 & 0 & 3 & & & \end{array} \xrightarrow[\text{Baixa o 1° 8}]{3 < 97 \text{ ok}} \begin{array}{rrrrrr|l} & 1 & 9 & 7 & 8 & 8 & 9\ 7 \\ \cline{7-7} - & 1 & 9 & 4 & & & 2 \\ \cline{2-4} & 0 & 0 & 3 & 8 & & \end{array}$$

Agora devemos dividir o 38 por 97. Mas não é possível, já que o 38 é menor. Então, conforme já vimos, colocamos um 0 no quociente e baixamos o próximo algarismo do dividendo:

$$\begin{array}{rrrrrr|l} & 1 & 9 & 7 & 8 & 8 & 9\ 7 \\ \cline{7-7} - & 1 & 9 & 4 & & & 2\ \ 0 \\ \cline{2-4} & 0 & 0 & 3 & 8 & 8 & \end{array}$$

A próxima etapa agora é dividir o 388 por 97. Novamente, vamos estimar o próximo algarismo do quociente pela tabuada do 100. Acompanhe:

- ➔ 100x3 = 300.
- ➔ 100x4 = 400.
- ➔ Como 100x4 = 400, 97x4 vai dar um resultado menor do que 400. Talvez seja 4, então vamos tentar.

Na unidade $4 \times 7 = 28$, sobe 2:

$$\begin{array}{r} 97 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} {}^{2}\ \ \\ 97 \\ \times\ 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

Na dezena $4 \times 9 = 36$; $36+2=38$:

$$\begin{array}{r} {}^{2}\ \ \ \\ 97 \\ \times\ 4 \\ \hline 388 \end{array}$$

Assim, chegamos ao produto (resultado) 388, que era exatamente o número que buscávamos. Portanto, o próximo algarismo do quociente é 4. Prosseguindo:

$$\begin{array}{rrrrr|l} 1 & 9 & 7 & 8 & 8 & 97 \\ \hline -1 & 9 & 4 & & & 204 \\ \hline 0 & 0 & 3 & 8 & 8 & \\ & - & 3 & 8 & 8 & \\ \hline \end{array} \xrightarrow{388-388=0} \begin{array}{rrrrr|l} 1 & 9 & 7 & 8 & 8 & 97 \\ \hline -1 & 9 & 4 & & & 204 \\ \hline 0 & 0 & 3 & 8 & 8 & \\ & - & 3 & 8 & 8 & \\ \hline & & 0 & 0 & 0 & \end{array}$$

Portanto, 19788:97 = 204.

Podemos aproximar o divisor para um número qualquer que esteja "próximo" dele a fim de estimar o algarismo que vai no quociente. No entanto, só devemos ter a ideia de que quanto mais "longe" o divisor estiver desse número, mais longe também estarão os resultados das multiplicações desses dois números.

Hora do Macete!

Quando existe no dividendo e no divisor zeros (0) na última ordem ou nas últimas ordens nós podemos eliminá-los. Isso se chama simplificação. Para cada zero eliminado do dividendo devemos eliminar também um zero do divisor. A razão disso será explicada futuramente, na aula de frações, mas vale a pena utilizarmos esse macete desde já para ganharmos velocidade na resolução de vários problemas. Veja os exemplos:

$$\begin{array}{r|l} 200 & 40 \\ \hline \end{array}$$

No exemplo acima, temos um zero na unidade do dividendo e um zero na unidade do divisor. Podemos cortá-los (eliminá-los) simultaneamente. Fica assim:

$$\begin{array}{r|l} 20\cancel{0} & 4\cancel{0} \\ \hline \end{array}$$

Dessa forma, ficamos com uma divisão de 20 por 4, que é mais simples de ser efetuada.

$$\begin{array}{r|l} 20\cancel{0} & 4\cancel{0} \\ \hline \end{array} \xrightarrow{4\times5=20} \begin{array}{r|l} 20\cancel{0} & 4\cancel{0} \\ \hline -20 & 5 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{20-20=0} \begin{array}{r|l} 20\cancel{0} & 4\cancel{0} \\ \hline -20 & 5 \\ \hline 00 & \end{array}$$

Apenas a caráter de exemplificação (sem resolver as operações até o fim) veja mais alguns exemplos:

$3\ 4\ 0 \mid 2\ 0$ Corta um zero de cada lado → $3\ 4\ \cancel{0} \mid 2\ \cancel{0}$

$2\ 5\ 0\ 0 \mid 2\ 0\ 0$ Corta dois zeros de cada lado → $2\ 5\ \cancel{0}\ \cancel{0} \mid 2\ \cancel{0}\ \cancel{0}$

$4\ 2\ 0\ 0\ 0 \mid 1\ 0\ 5\ 0$ Corta um zero de cada lado → $4\ 2\ 0\ 0\ \cancel{0} \mid 1\ 0\ 5\ \cancel{0}$

Observe que para cada zero que cortamos no dividendo devemos cortar também um zero no divisor! Outro detalhe importante: só podemos cortar zeros que estão isolados à direita do número. No último caso de simplificação, por exemplo, no número 1050 apenas o último zero foi cortado. Haviam outros zeros no dividendo, mas somente os zeros que estão isolados à direita podem ser eliminados por simplificação.

Hora do Exercício – Parte 3

1– Resolva as seguintes operações de divisão:

a) 808:8 =	b) 2863:7 =	c) 2736:4 =	d) 2635:5 =
e) 2712:6 =	f) 4235:7 =	g) 2112:3 =	h) 4788:9 =
i) 2513:7 =	j) 3661:7 =	k) 2632:8 =	l) 1608:8 =

2- Resolva as seguintes operações de divisão (utilize a simplificação, corte os zeros quando possível):

a) 2220:60 =	b) 5850:90 =	c) 5520:80 =	d) 2520:70 =
e) 3400:50 =	f) 5820:60 =	g) 2520:40 =	h) 2550:30 =
i) 60300:900 =	j) 27000:600 =	k) 47600:700 =	l) 32800:800 =

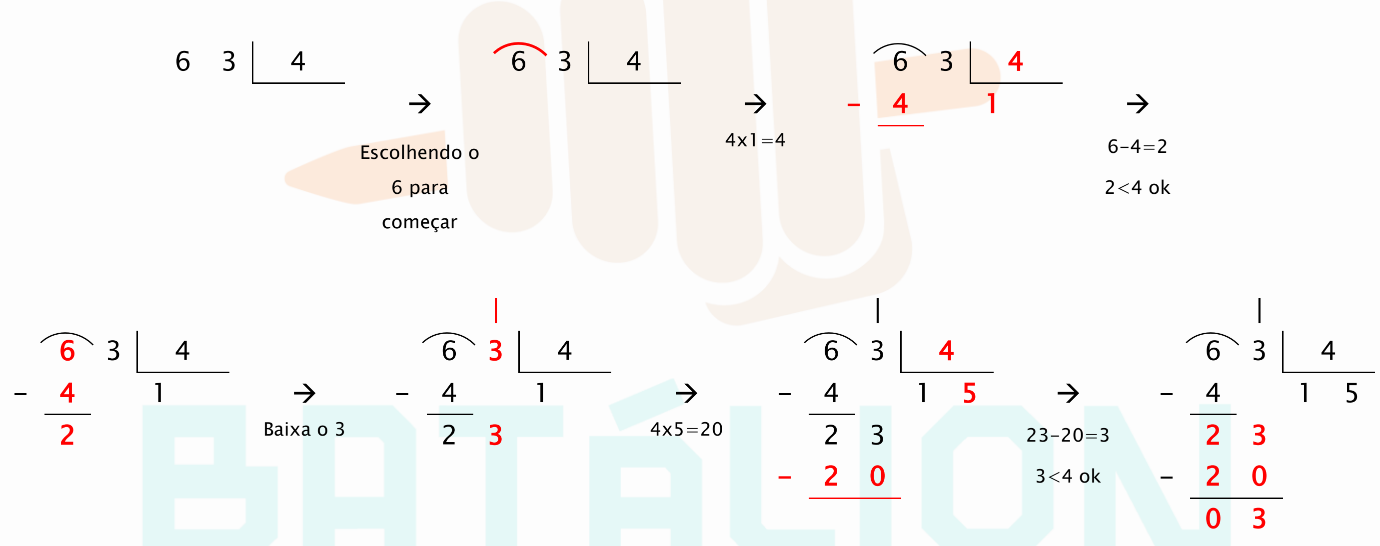
3- Resolva as seguintes operações de divisão. Mantenha uma folha de rascunho ao lado pra efetuar as operações de multiplicação necessárias e não apague as operações realizadas. Utilize as técnicas de estimativa, pratique, elas irão te ajudar muito a ganhar velocidade, basta praticar.

a) 6695:65 =	b) 9828:39 =	c) 4550:14 =	d) 6656:32 =
e) 9909:27 =	f) 19304:38 =	g) 39249:89 =	h) 59486:98 =

i) 77322:98 =	j) 34428:57 =	k) 37014:62 =	l) 71416:79 =

Divisão Não Exata e Possíveis Valores de Resto

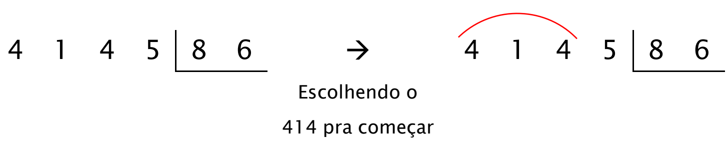
Vimos até agora o caso de divisões exatas, ou seja, divisões nas quais não havia resto (ou resto igual a zero). Agora vamos ver alguns casos de divisão nas quais o resto é diferente de zero. Vamos ao exemplo 63:4:



Como não tem mais nenhum algarismo no dividendo pra baixar, terminamos a divisão com resto igual a 3 e quociente igual a 15. Dentro do conjunto dos números naturais não temos mais como prosseguir a divisão. Assim, nesse capítulo, encerraremos esse tipo de operação aqui.

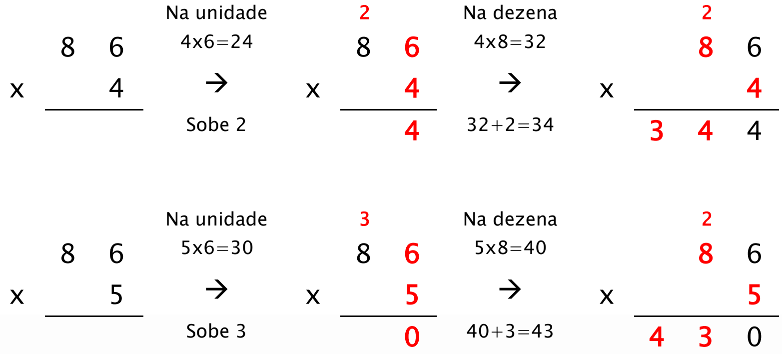
Vale lembrar aqui o seguinte: o resto sempre deve ser menor do que o divisor. Assim, o máximo resto final que uma operação pode ter deve ser no máximo 1 unidade menor do que o divisor. Para esse caso, de em que o divisor é 4, o máximo resto seria 3, podendo ainda ser 2 e 1. **Esse conceito é muito cobrado nas provas dos Colégios Militares e devemos saber disso!**

Acompanhe mais um exemplo, 4145:86:

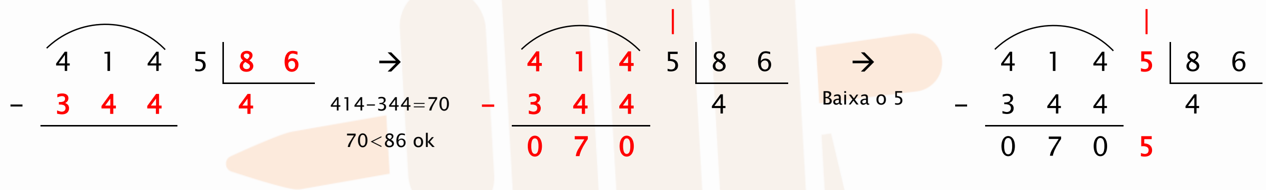


Estamos buscando pelo número 414 ou o número mais próximo de 414 na tabuada do 86. Aproximando o 86 pra 90, podemos estimar que número colocar no quociente inicialmente. Como 9x4 = 36, 90x4 = 360.

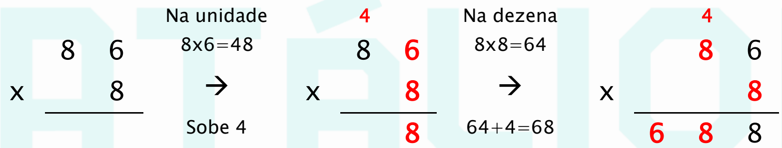
O resultado de 86x4 vai dar um pouco menor do que 360. Esse valor pode parecer um pouco distante do 414, então vale a pena conferir os resultados de 86x4 e 86x5. Efetuando as operações:



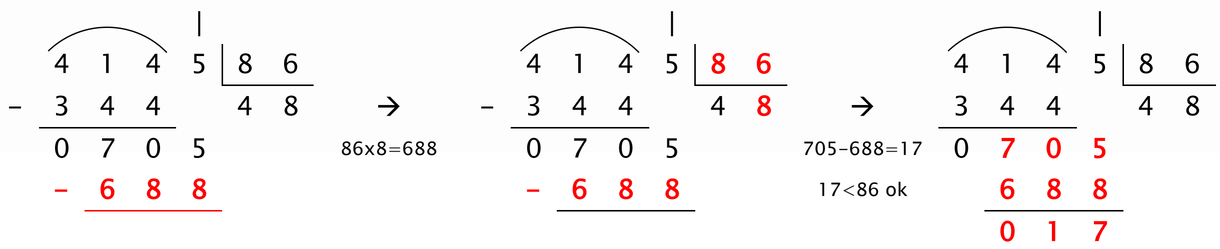
Assim, vemos que 86x4 = 344 e 86x5 = 430. O resultado de 86x5 ficou maior do que o 414, então, certamente, optaremos por começar colocando o 4 no quociente. Prosseguindo a divisão:



Agora devemos dividir o 705 por 86. Aproximando o 86 pra 90, sabemos rapidamente que 90x7=630 e 90x8=720. Mas como o 86 é menor do que o 90, o resultado de 86x8 dará um número menor do que 720, e pode ser que seja menor do que o 705. Começando fazendo 86x8 então, temos:



Como 688 < 705, vamos tentar colocar o 8 no quociente e verificar o resto em seguida:



Portanto, 4145:86 = 48 e o resto vale 17. Como o resto 17 é menor do que o divisor 86, está tudo certo. Observe que, neste caso, como o divisor é 86, o resto poderia ser qualquer número natural menor do que 86. Assim, o máximo resto para esse divisor seria 85.

O Zero na Divisão

Não é possível dividir um número por 0. Ou seja, o 0 não pode ser o divisor de nenhuma operação de divisão. Caso o 0 seja divisor, dizemos que a divisão é impossível. No entanto, 0 pode ser o dividendo. Ao se dividir o 0 por qualquer número o resultado será sempre 0. Veja os exemplos:

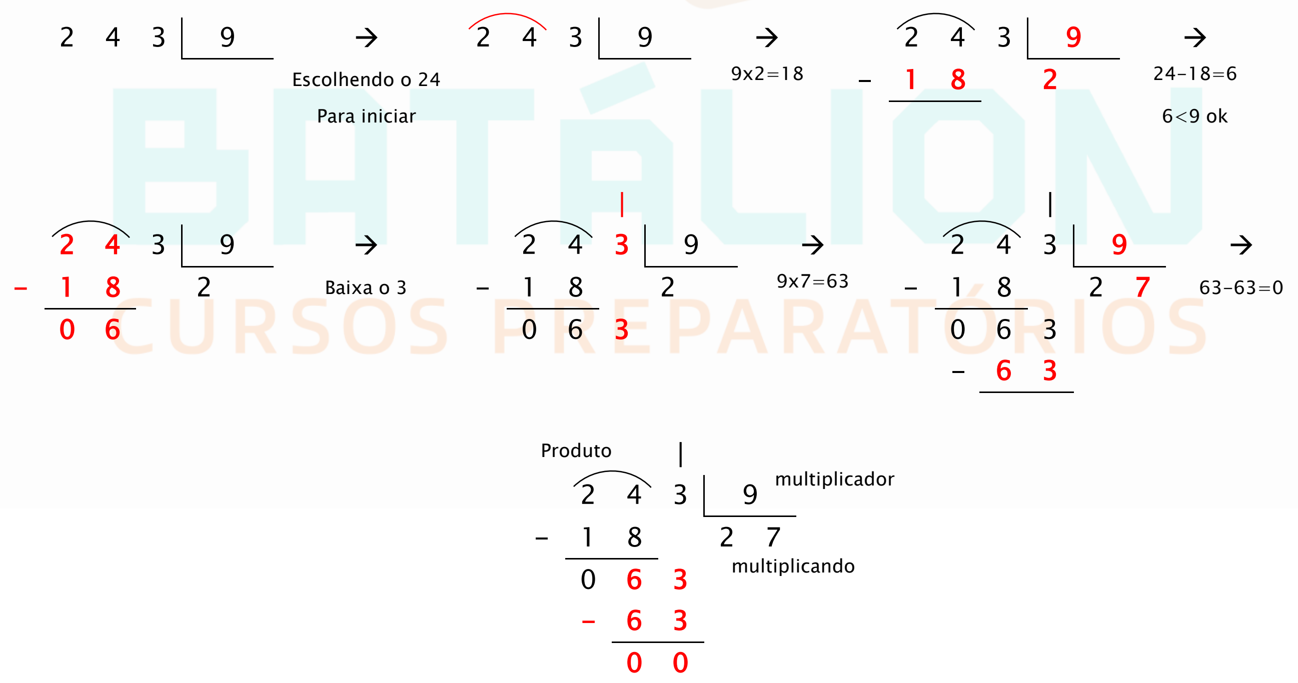
$$\begin{array}{ccc} 0:42 = 0 & 0:5 = 0 & 6:0 = ??? \\ 0:104 = 0 & 73:0 = ??? & 0:26 = 0 \end{array}$$

Relação entre Multiplicação e Divisão

Conforme já vimos, adição e subtração são operações inversas entre si e admitem uma relação entre elas. Da mesma forma, multiplicação e divisão também são operações inversas e admitem uma relação. Veja o exemplo abaixo:

$$\begin{array}{rcccl} & & ^{6} & & \\ & & 2 & 7 & \rightarrow \text{Multiplicando} \\ \times & & & 9 & \rightarrow \text{Multiplicador} \\ \hline & 2 & 4 & 3 & \rightarrow \text{Produto} \end{array}$$

Dividindo o produto por qualquer um dos fatores obtemos o outro fator. De fato, verificando primeiramente 243:9 temos:



Agora 243:27:

$$\begin{array}{ccc|cc} 2 & 4 & 3 & 2 & 7 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[\text{Para iniciar}]{} \begin{array}{ccc|cc} 2 & 4 & 3 & 2 & 7 \\ \hline \end{array}$$

Escolhendo o 243

Para iniciar

Agora devemos escolher um número para iniciar multiplicando o 27 de modo a resultar em 243 ou chegar o mais próximo possível dele, sem ser maior. Como 27x10 = 270, muito provavelmente o 27x9 ou 27x8 vai dar. Vamos verificar, então, o 27x9:

$$\begin{array}{rcc} & 2 & 7 \\ \times & & 9 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe 6}]{\text{Na unidade } 9\text{x}7=63} \begin{array}{rcc} & \overset{6}{2} & 7 \\ \times & & 9 \\ \hline & & 3 \end{array} \xrightarrow[18+2=20]{\text{Na dezena } 9\text{x}2=18} \begin{array}{rccc} & & \overset{6}{2} & 7 \\ \times & & & 9 \\ \hline & 2 & 4 & 3 \end{array}$$

Portanto, 27x9 = 243. Prosseguindo a operação de divisão:

$$\begin{array}{rccc|cc} & 2 & 4 & 3 & 2 & 7 \\ \cline{5-6} - & 2 & 4 & 3 & & 9 \\ \cline{2-4} \end{array} \xrightarrow[243-243=0]{} \begin{array}{rccc|cc} & 2 & 4 & 3 & 2 & 7 \\ \cline{5-6} - & 2 & 4 & 3 & & 9 \\ \cline{2-4} & 0 & 0 & 0 & & \end{array}$$

Produto

multiplicando

multiplicador

Sabemos então que, como 27x9 = 243, podemos concluir também que 243:9 = 27 e que 243:27 = 9.

Assim, obtemos duas relações fundamentais que são válidas para quaisquer operações de multiplicação **e são muito cobradas nas provas dos colégios militares:**

$$Produto \div multiplicando = multiplicador$$

$$Produto \div multiplicador = multiplicando$$

Veja um exemplo:

Exemplo 4: Qual é a soma dos valores dos algarismos *a* e *b* para que a multiplicação abaixo esteja correta?

$$\begin{array}{rccc} & & a & b \\ \times & & & 6 \\ \hline & 1 & 0 & 2 \end{array}$$

Resolução: Sabemos que *a* e *b* são algarismos de um número. Portanto, o número tem dois algarismos. Para descobrir que número é esse, basta dividir o produto pelo multiplicador. Assim:

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 6 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[\text{Para iniciar}]{} \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 6 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[6\text{x}1=6]{} \begin{array}{rccc|c} & 1 & 0 & 2 & 6 \\ \cline{5-5} - & 0 & 6 & & 1 \\ \cline{2-3} \end{array} \xrightarrow[4<6 \text{ ok}]{10-6=4}$$

Escolhendo o 10

Para iniciar

$$
\begin{array}{rrr|l}
 & 1 & 0 & 2 \;\; 6 \\
- & 0 & 6 & \;1 \\ \hline
 & 0 & 4 &
\end{array}
\xrightarrow{\text{Baixa o 2}}
\begin{array}{rrrr|l}
 & 1 & 0 & 2 & 6 \\
- & 0 & 6 & & 1 \\ \hline
 & 0 & 4 & 2 &
\end{array}
\xrightarrow{6\text{x}7=42}
\begin{array}{rrrr|l}
 & 1 & 0 & 2 & 6 \\
- & 0 & 6 & & 1\;7 \\ \hline
 & 0 & 4 & 2 & \\
 & - & 4 & 2 & \\ \hline
\end{array}
\xrightarrow{42-42=0}
$$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
 & 1 & 0 & 2 & 6 \\
- & 0 & 6 & & 1\;7 \\ \hline
 & 0 & 4 & 2 & \\
 & - & 4 & 2 & \\ \hline
 & & 0 & 0 &
\end{array}
$$

Portanto, o multiplicando (número que estávamos procurando) é 17. Assim, o algarismo $a = 1$ e o algarismo $b = 7$. Como foi pedido a soma e a e b, a resposta é a soma de 1+7. Assim:

$$1+7 = 8$$

Relação entre Divisão Exata e Multiplicação

Existe também uma relação entre divisão exata e multiplicação. Tomando o exemplo 1608:8:

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
 & \multicolumn{4}{l}{\text{Dividendo}} & \text{Divisor} \\
 & 1 & 6 & 0 & 8 & 8 \\
- & 1 & 6 & & & 2\;\;0\;\;1 \\ \hline
 & 0 & 0 & 0 & 8 & \text{Quociente} \\
 & & & - & 8 & \\ \hline
 & & & & 0 & \text{Resto}
\end{array}
$$

Em se tratando de uma divisão exata (resto 0) se multiplicarmos o quociente pelo divisor obtemos o dividendo. De fato:

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 2 & 0 & 1 \\
\text{x} & & & 8 \\ \hline
 & & &
\end{array}
\xrightarrow{8\text{x}1=8}
\begin{array}{rrrr}
 & 2 & 0 & 1 \\
\text{x} & & & 8 \\ \hline
 & & & 8
\end{array}
\xrightarrow{8\text{x}0=0}
\begin{array}{rrrr}
 & 2 & 0 & 1 \\
\text{x} & & & 8 \\ \hline
 & & 0 & 8
\end{array}
\xrightarrow{8\text{x}2=16}
\begin{array}{rrrrl}
 & \multicolumn{4}{c}{\text{Quociente}} \\
 & & 2 & 0 & 1 \\
\text{x} & & & & 8 \;\; \text{Divisor} \\ \hline
 & 1 & 6 & 0 & 8 \\
 & \multicolumn{4}{c}{\text{Dividendo}}
\end{array}
$$

Outra relação válida é a de que se dividirmos o dividendo pelo quociente obtemos o divisor.

$$
\begin{array}{rrrr|l}
1 & 6 & 0 & 8 & 2\;\;0\;\;1 \\ \hline
\end{array}
\xrightarrow{\text{Escolhendo o 1608 pra começar}}
\begin{array}{rrrr|l}
1 & 6 & 0 & 8 & 2\;\;0\;\;1 \\ \hline
\end{array}
$$

Aproximando o 201 para 200 para estimar, sabemos que 200x8 = 1600. Como estamos buscando pelo 1608, talvez 201x8 dê. Efetuando a operação de multiplicação:

$$\begin{array}{r} 2\quad 0\quad 1 \\ \times \qquad\quad 8 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{Na unidade} \atop 8\text{x}1=8} \begin{array}{r} 2\quad 0\quad 1 \\ \times \qquad\quad 8 \\ \hline 8 \end{array} \xrightarrow[18+2=20]{\text{Na dezena} \atop 8\text{x}0=0} \begin{array}{r} 2\quad 0\quad 1 \\ \times \qquad\quad 8 \\ \hline 0\quad 8 \end{array} \xrightarrow{\text{Na centena} \atop 8\text{x}2=16} \begin{array}{r} 2\quad 0\quad 1 \\ \times \qquad\quad 8 \\ \hline 1\quad 6\quad 0\quad 8 \end{array}$$

Agora colocamos o 8 no quociente e fechamos a operação de divisão:

$$\begin{array}{r|l} 1\ 6\ 0\ 8 & 2\ 0\ 1 \\ \cline{2-2} -\ 1\ 6\ 0\ 8 & \quad 8 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[1608-1608=0]{} \begin{array}{r|l} \text{Dividendo} & \text{Quociente} \\ 1\ 6\ 0\ 8 & 2\ 0\ 1 \\ \cline{2-2} -\ 1\ 6\ 0\ 8 & \quad 8 \\ \cline{1-1} 0\ 0\ 0\ 0 & \text{Divisor} \end{array}$$

Portanto, chegamos aqui a duas importantes conclusões para operações de divisão exatas:

Quociente x Divisor = Dividendo

Dividendo ÷ Quociente = Divisor

Com essa propriedade sabemos que é possível obter o resultado de uma divisão desde que se saiba a multiplicação capaz de gerar essa divisão. No caso do exemplo dado, por exemplo, sabemos que se 1608:8 = 201, sabemos também que 201x8 = 1608 e que 1608:201 = 8. Essas propriedades são válidas para quaisquer operações de divisão exatas **e são importantíssimas, pois são muito cobradas nas provas dos colégios militares e é essencial que tenhamos domínio delas.** Veja um exemplo:

Exemplo 5: Qual é a diferença entre os valores dos algarismos *d* e *b* para que a divisão abaixo esteja correta?

$$\begin{array}{r|l} 3\ \ b\ \ d & \ 9 \\ \cline{2-2} & 3\ \ 6 \\ 0\ \ 0 & \end{array}$$

Resolução: As informações dadas são: primeiro algarismo do dividendo é 3, divisor igual a 9, quociente 36 e resto 0. Como o resto é 0, basta multiplicar o quociente pelo divisor e obteremos o dividendo. O primeiro algarismo do dividendo, que foi dado, na verdade não vai ter utilidade alguma. Assim:

$$\begin{array}{r} 3\quad 6 \\ \times \qquad 9 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe } 5]{\text{Na unidade} \atop 9\text{x}6=54} \begin{array}{r} {\scriptstyle 5}\quad\ \\ 3\quad 6 \\ \times \qquad 9 \\ \hline 4 \end{array} \xrightarrow[27+5=32]{\text{Na dezena} \atop 9\text{x}3=27} \begin{array}{r} {\scriptstyle 5}\quad\ \\ 3\quad 6 \\ \times \qquad 9 \\ \hline 3\quad 2\quad 4 \end{array}$$

Assim, descobrimos que o dividendo é 324. Logo, o algarismo *b = 2* e *d* = 4. Como foi pedido no problema a diferença entre *d* e *b*, basta subtrair 2 de 4 para chegarmos à resposta. Assim:

4-2 = 2

Hora do Macete!

Vimos que a partir do resultado de uma multiplicação podemos também obter o resultado de duas divisões. Isso pode (e deve) ser utilizado na resolução de operações de divisão com números pequenos, em especial aquelas que estão nas tabuadas do 1 ao 10. Não precisamos montar as divisões na chave, **basta sabermos a tabuada para encontrarmos os resultados.** Veja os exemplos:

42:7 = ??? → Sabendo que 7x**6** = 42 → Logo, 42:7 = **6**
63:9 = ??? → Sabendo que 7x**9** = 63 → Logo, 63:9 = **7**
48:6 = ??? → Sabendo que 6x**8** = 48 → Logo, 48:6 = **8**
72:8 = ??? → Sabendo que 8x**9** = 72 → Logo, 72:8 = **9**

A utilização desse macete na resolução das contas nos ajuda a ganhar muito tempo na resolução das questões da prova! Se liguei nisso e não perca tempo!

Relações na Divisão Não Exata

Em se tratando de divisão não exata, temos agora apenas uma relação a ser explorada, veja o exemplo 63:4.

Dividendo		Divisor
6 3		4
– 4		1 5
2 3		
– 2 0		
0 3		
Resto		

Multiplicando quociente pelo divisor e somando o resto obtemos o dividendo. De fato:

1 5 x 4	Na unidade 4x5=20 → Sobe 2	2 1 5 x 4 = 0	Na dezena 4x1=4 → 4+2=6	2 1 5 x 4 = 6 0

Agora somando o 60 com o resto 3: 60+3 = 63.
Assim, obtemos uma relação para as divisões não exatas:

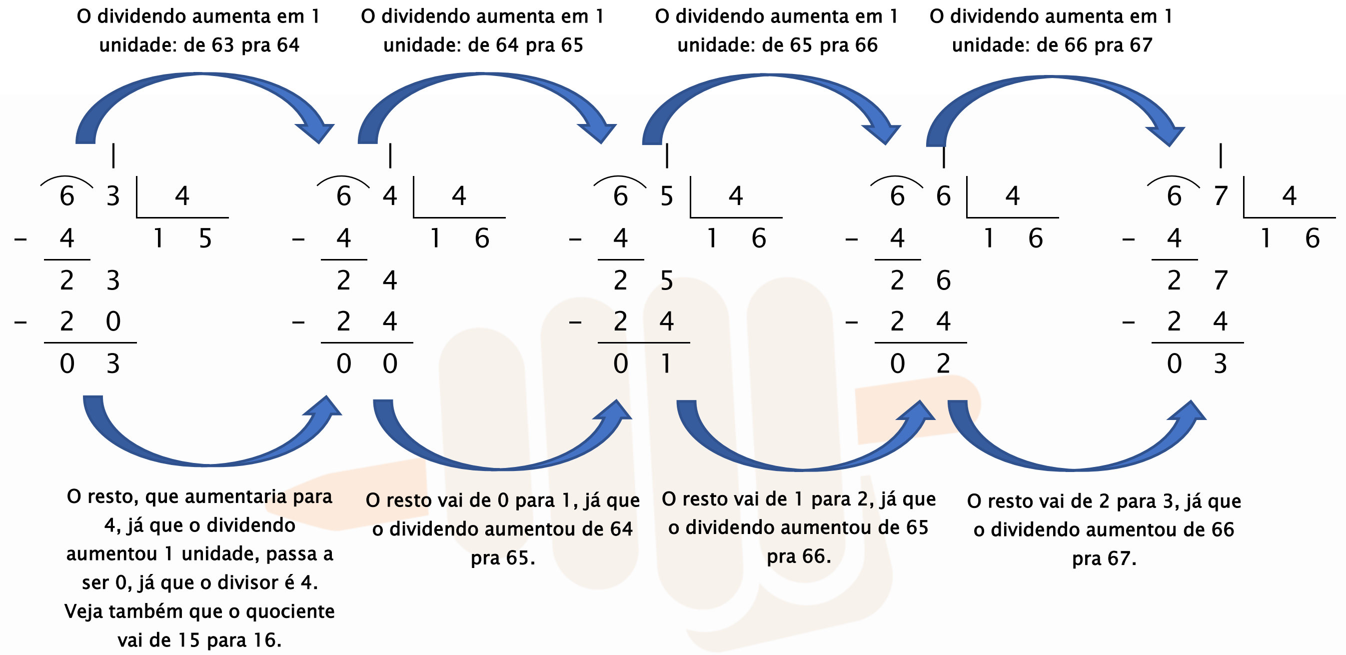
Dividendo = Quociente x Divisor + Resto

Essa propriedade é extremamente importante e muito cobrada nas provas dos colégios militares! Devemos dominá-la, bem como todas as outras já vistas anteriormente.

Observe que essa propriedade também é válida para o caso das divisões exatas. No entanto, como nas divisões exatas o resto é zero, ela acaba se reduzindo à relação que já vimos anteriormente:

Dividendo = Quociente x Divisor

Outro detalhe que vale a pena ser observado é que, para cada unidade que aumentamos no dividendo, o resto também aumenta de uma unidade. Isso acontecerá até o momento em que o resto se torne uma unidade menor do que o divisor, já que sabemos que o resto deve sempre ser menor do que o divisor. No momento em que o resto se tornaria igual ao divisor, o quociente aumenta em uma unidade e o resto torna-se zero (divisão exata). Vamos analisar o caso da divisão do 63 pelo 4 para exemplificar. Aumentando-se o dividendo de 1 em 1 unidade conseguimos ver essa mudança no resto e no quociente. Veja:



Veja alguns exemplos:

Exemplo 6: Qual é o produto de *c* e *d* para que a divisão abaixo esteja correta? E o que aconteceria com o resto se o dividendo aumentasse em duas unidades?

$$\begin{array}{r|l} 6\ c\ d & 7 \\ \cline{2-2} & 9\ 5 \\ 0\ 3 & \end{array}$$

Resolução: Temos aqui o caso de uma divisão não exata. Assim, para obter o dividendo, conforme foi visto, devemos multiplicar o quociente pelo divisor e somar o resto ao resultado. Iniciando pela multiplicação temos:

$$\begin{array}{r} 95 \\ \times\ 7 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe 3}]{\text{Na unidade } 7\text{x}5=35} \begin{array}{r} {}^{3}\\ 95 \\ \times\ 7 \\ \hline 5 \end{array} \xrightarrow[63+3=66]{\text{Na dezena } 7\text{x}9=63} \begin{array}{r} {}^{3}\\ 95 \\ \times\ 7 \\ \hline 665 \end{array}$$

Assim, 95x7 = 665. Agora, para obter o dividendo, devemos somar o resto da divisão ao 665. Assim:

$$665+3 = 668$$

Logo, descobrimos que o dividendo é 668. Como *c* é o segundo algarismo do dividendo e *d* o terceiro algarismo, temos que $c = 6$ e $d = 8$. Foi pedido o produto entre *c* e *d*. Assim, basta multiplicar 6 e 8 para chegarmos à resposta:

$$6x8 = 48$$

Respondendo à segunda pergunta: se o dividendo aumentasse em 2 unidades, o resto também aumentaria 2 unidades e o quociente se manteria em 95. Assim, o novo resto passaria a ser:

$$3+2 = 5$$

Exemplo 7: Sabendo que a divisão abaixo tem resto máximo, qual deve ser a diferença entre *a* e *b* para que a operação esteja correta? E o que aconteceria com esse resto e com o quociente se o dividendo aumentasse em 1 unidade?

$$\begin{array}{ccc|c} a & b & 0 & 9 \\ \cline{4-4} & & & 4\ \ 8 \end{array}$$

Resolução: Nesse exemplo o resto não foi dado na operação. A dica que foi dada é que o resto é máximo. E o que isso significa? Significa que o resto, para essa divisão, tem seu maior valor possível. E, como vimos, o resto de uma divisão sempre será um número natural menor do que o divisor. Assim, o maior valor que o resto pode assumir é 8, já que o divisor é 9. Então, esse é o resto.
Sabendo disso, para encontrar o dividendo basta multiplicar 48 por 9 e somar 8 ao resultado. Assim:

$$\begin{array}{rcc} & 4 & 8 \\ \times & & 9 \\ \hline & & \end{array} \xrightarrow[\text{Sobe 7}]{\text{Na unidade } 9x8=72} \begin{array}{rcc} & \overset{7}{4} & 8 \\ \times & & 9 \\ \hline & & 2 \end{array} \xrightarrow[36+7=43]{\text{Na dezena } 9x4=36} \begin{array}{rccc} & & \overset{7}{4} & 8 \\ \times & & & 9 \\ \hline & 4 & 3 & 2 \end{array}$$

Sabemos, agora, que 48x9 = 432. Somando 432 com 8:

$$432+8=440$$

Assim, o dividendo é 440. Como o *a* é o primeiro algarismo do dividendo, $a = 4$. Como *b* é o segundo algarismo do dividendo, $b = 4$. O problema pediu a diferença entre *a* e *b*. Assim, basta subtrair 4 de 4 para chegar ao resultado pedido. Como eles são iguais, sabemos que a diferença entre eles é 0 (zero).
Respondendo ainda à segunda pergunta, se o dividendo aumentasse em 1 unidade, o resto deveria passar a ser 9. Mas como 9 é o divisor e o resto sempre deve ser menor do que o divisor, então o quociente aumenta em 1 unidade (passando a ser 49) e o resto passa a ser zero.

Hora do Exercício – Parte 4

1- Efetue as seguintes operações de divisão mentalmente (utilizando apenas seus conhecimentos de tabuada).

a) 8:4 =	b) 9:3 =	c) 12:4 =
d) 10:2 =	e) 15:3 =	f) 16:4 =
g) 24:4 =	h) 28:7 =	i) 45:9 =
j) 32:4 =	k) 35:7 =	l) 50:10 =
m) 42:6 =	n) 56:8 =	o) 63:9 =
p) 48:6 =	q) 64:8 =	r) 36:4 =

2- De acordo com a operação dada na primeira coluna e sem efetuar mais nenhuma operação, complete a segunda e a terceira coluna (não é permitido efetuar outras operações, a ideia é que vocês utilizem as relações entre multiplicação e divisão já vistas).

a) 13x5 = 65	65:5 =	65:13 =
b) 14x4 = 56	56:14 =	56:4 =
c) 16x5 = 80	80:5 =	80:16 =
d) 17x3 = 51	51:3 =	51:17 =
e) 18x4 = 72	72:18 =	72:4 =
f) 16x6 = 96	96:16 =	96:6 =
g) 18x5 = 90	90:5 =	90:18 =
h) 15x8 = 120	120:8 =	120:15 =
i) 19x7 = 133	133:19 =	133:7 =
j) 14x8 = 112	112:8 =	112:14 =
k) 11x7 = 77	77:11 =	77:7 =
l) 16x8 = 128	128:16 =	128:8 =

3- De acordo com a operação dada na primeira coluna e sem efetuar mais nenhuma operação, complete a segunda e a terceira coluna (não é permitido efetuar outras operações, a ideia é que vocês utilizem as relações entre divisão e multiplicação já vistas).

a) 176:8 = 22	22x8 =	176:22 =
b) 161:7 = 23	23x7 =	161:23 =
c) 216:9 = 24	216:24 =	24x9 =
d) 256:4 = 64	256:64 =	64x4 =
e) 245:7 = 35	35x7 =	245:35 =
f) 496:62 = 8	496:8 =	8x62 =
g) 1701:21 = 81	81x21 =	1701:81 =
h) 1395:31 = 45	31x45 =	1395:45 =
i) 1512:42 = 36	36x42 =	1512:36 =
j) 903:21 = 43	43x21 =	903:43 =

k) 1525:25 = 61	1525:61 =	25x61 =
l) 2312:68 = 34	2312:34 =	68x34 =

4- Responda às questões apenas pela análise do dividendo e do resto (não é permitido efetuar as operações de divisão!).

a) Sabendo-se que 60÷4 = 15, qual seria o resto da divisão 61÷4?

b) Sabendo-se que a divisão 96÷8 é exata, qual é o resto da divisão 98÷8?

c) Sabendo-se a divisão 104÷3 tem resto 2, qual é o resto da divisão 105÷3?

d) Sabendo-se que a divisão 271÷4 tem resto 3, qual é o resto da divisão 272÷4?

e) Sabendo-se que a divisão 420÷5 = 84 é exata, qual é o resto da divisão 423÷5?

f) Sabendo-se que a divisão 402÷4 tem resto 2, qual é o resto da divisão 404÷4?

g) Sabendo-se que a divisão 586÷6 tem resto 4, qual é o resto da divisão 585÷6?

h) Sabendo-se que a divisão 249÷7 tem resto igual a 4, qual é o resto da divisão 247÷7?

i) Sabendo-se que a divisão 520÷8 é exata, qual é o resto da divisão 528÷8?

j) Sabendo-se que a divisão 460÷6 tem resto 4, qual é o resto da divisão 462÷6?

k) Sabendo-se que a divisão 881÷9 tem resto 8, qual é o resto da divisão 882÷9?

l) Sabendo-se que a divisão 485÷7 tem resto 2, qual é o resto da divisão 484÷7?

5- Para cada um dos problemas descubra os valores que faltam para que as operações estejam corretas.

a) $\begin{array}{cccc} & & 1 & 9 \\ \times & & & a \\ \hline & 1 & 7 & 1 \end{array}$	b) $\begin{array}{cccc} & & 3 & 6 \\ \times & & a & b \\ \hline & 4 & 3 & 2 \end{array}$	c) $\begin{array}{ccc\|cc} 3 & c & d & 4 & \\ \cline{4-5} & & & 9 & 2 \\ & 0 & 0 & & \end{array}$
d) $\begin{array}{cccc} & a & b & c \\ \times & & & 5 \\ \hline & 5 & 1 & 0 \end{array}$	e) $\begin{array}{ccc\|ccc} 9 & a & b & & 6 & \\ \cline{4-6} & & & 1 & 5 & 1 \\ & 0 & 0 & & & \end{array}$	f) $\begin{array}{ccc\|cc} 4 & 5 & 8 & 8 & \\ \cline{4-5} & & & a & b \\ & 0 & 2 & & \end{array}$
g) $\begin{array}{ccc\|ccc} a & b & c & & 7 & \\ \cline{4-6} & & & 1 & 2 & 3 \\ & 0 & 2 & & & \end{array}$	h) $\begin{array}{cccc} & & a & b \\ \times & & & 6 \\ \hline & 3 & 9 & 0 \end{array}$	i) $\begin{array}{cccc\|cc} a & b & c & d & 3 & 6 \\ \cline{5-6} & & & & 2 & 8 \\ & & 2 & 1 & & \end{array}$
j) $\begin{array}{ccc\|cc} 9 & 5 & 3 & 2 & 5 \\ \cline{4-5} & & & a & b \\ & 0 & 3 & & \end{array}$	k) $\begin{array}{ccccc} & & 8 & 4 & 1 \\ \times & & & c & d \\ \hline & 9 & 2 & 5 & 1 \end{array}$	l) $\begin{array}{cccc\|cc} a & b & c & d & 8 & 1 \\ \cline{5-6} & & & & 4 & 2 \\ & & 2 & 5 & & \end{array}$

Alterando os Fatores de uma Multiplicação

Ao multiplicar ou dividir um dos fatores de um produto por um número qualquer, o produto irá sofrer exatamente a mesma alteração. Veja as análises do produto 100x4:

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 400 \end{array} \quad \xrightarrow[\text{100x2=200}]{\text{Multiplicando o multiplicando por 2}} \quad \begin{array}{r} 200 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 800 \end{array}$$

O produto também fica multiplicado por 2. 400x2=800

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 400 \end{array} \quad \xrightarrow[4\div 2=2]{\text{Dividindo o multiplicador por 2}} \quad \begin{array}{r} 100 \\ \times\ \ 2 \\ \hline 200 \end{array}$$

O produto também fica dividido por 2. 400÷2=800

A principal ideia aqui é que não precisamos saber quais são os fatores para saber qual será o novo produto de uma multiplicação se um dos fatores for multiplicado ou dividido por um dado número. Veja alguns exemplos.

Exemplo 8: Sabe-se que o produto de dois fatores é igual a 36. Qual será o novo produto se um dos fatores for multiplicado por 5?

Resolução: Se multiplicarmos um dos fatores por 5, sabemos que o produto também ficará multiplicado por 5. Assim, para encontrarmos o novo produto, basta que multipliquemos o produto inicial por 5. Assim, efetuando 36x5:

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ \ 5 \\ \hline \end{array} \quad \xrightarrow[\text{Sobe 3}]{\text{Na unidade 5x6=30}} \quad \begin{array}{r} {}^{3}\ \ \\ 36 \\ \times\ \ 5 \\ \hline 0 \end{array} \quad \xrightarrow[\text{15+3=18}]{\text{Na dezena 5x3=15}} \quad \begin{array}{r} {}^{3}\ \ \\ 36 \\ \times\ \ 5 \\ \hline 180 \end{array}$$

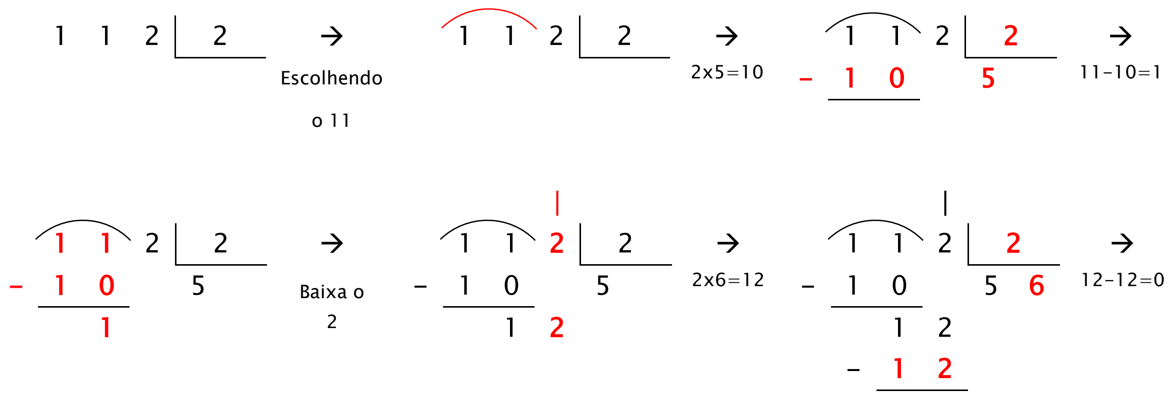
Como 36x5 = 180, o novo produto será 180.

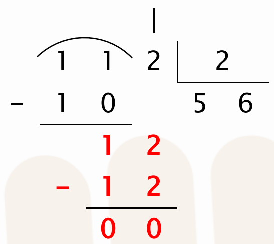
Exemplo 9: O produto de dois fatores é igual a 28. Qual será o novo produto se multiplicarmos um dos fatores por 4 e dividirmos outro fator por 2?

Resolução: Neste problema concluímos que o produto sofrerá duas alterações: na primeira será multiplicado por 4, e na segunda será dividido por 2. Assim, fazendo primeiramente 28x4:

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times\ \ 4 \\ \hline \end{array} \quad \xrightarrow[\text{Sobe 3}]{\text{Na unidade 8x4=32}} \quad \begin{array}{r} {}^{3}\ \ \\ 28 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 2 \end{array} \quad \xrightarrow[\text{8+3=11}]{\text{Na dezena 4x2=8}} \quad \begin{array}{r} {}^{3}\ \ \\ 28 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 112 \end{array}$$

Assim, pela primeira alteração chegamos ao valor de 112. Agora devemos dividir o 112 por 2.





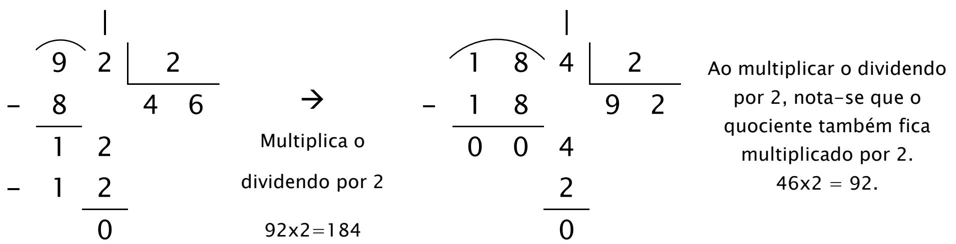
Assim, concluímos que após as duas alterações o produto passa a ser 56.

Alterando os Termos de uma Divisão Exata

No caso de uma divisão, as alterações se dão de maneira diferente com relação à divisão. Veja:

- Ao multiplicar o dividendo de uma divisão exata por um número qualquer, o quociente será multiplicado por esse mesmo número;
- Ao dividir o dividendo de uma divisão exata por um número qualquer, o quociente será dividido por esse mesmo número;
- Ao multiplicar o divisor de uma divisão exata por um número qualquer, o quociente será dividido por esse mesmo número;
- Ao dividir o divisor de uma divisão exata por um número qualquer, o quociente será multiplicado por esse mesmo número.

Em resumo, podemos dizer que dividendo e quociente se modificam da mesma forma, enquanto divisor e quociente se modificam de formas inversas. Veja:



$$\begin{array}{rr|l} & 9\ 0 & 3 \\ \hline - & 9 & 3\ 0 \\ \hline & 0\ 0 & \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 9\ 0 & 9 \\ \hline 0\ 0 & 1\ 0 \end{array}$$

Multiplica o divisor por 3

Ao multiplicar o divisor por 3, nota-se que o quociente fica dividido por 3. $30 \div 3 = 10$.

Veja mais alguns exemplos:

Exemplo 10: Numa divisão, sabe-se que o quociente é 5 e o resto é zero. Se dividirmos o divisor por 2, qual será o novo quociente?

Resolução: Ao dividir o divisor por 2, o quociente ficará multiplicado por 2. Assim, o novo quociente será o produto de 5 por 2. Logo:

$$5 \times 2 = 10$$

Assim, o novo quociente é 10.

Exemplo 11: Numa divisão, sabe-se que o quociente é 11 e o resto é 0. Qual será o novo quociente se multiplicarmos o dividendo por 3 e dividirmos o divisor por 2?

Resolução: Nesse exemplo, teremos duas alterações no quociente. Aqui fazemos uma de cada vez. Se o dividendo está sendo multiplicado por 3, então o quociente também será multiplicado por 3. Assim, inicialmente:

$$\begin{array}{rr} & 1\ 1 \\ \times & 3 \\ \hline & 3\ 3 \end{array}$$

Assim, devido a primeira alteração o quociente se tornará 33. Agora, como o divisor está sendo dividido por 2, devemos multiplicar o quociente por 2. Assim, multiplicamos 33 por 2:

$$\begin{array}{rr} & 3\ 3 \\ \times & 2 \\ \hline & 6\ 6 \end{array}$$

Logo, o novo quociente será 66.

Hora do Exercício Parte 5

1- Resolva os seguintes problemas:

a) O produto de dois números é 72. Se um dos fatores for multiplicado por 4, qual será o novo produto?

b) O produto de dois números é 96. Se um dos fatores for multiplicado por 5, qual será o novo produto?

c) O produto de dois números é 66. Se um dos fatores for dividido por 2, qual será o novo produto?

d) O produto de dois números é 106. Se um dos fatores for multiplicado por 5, qual será o novo produto?

e) O produto de dois números é 32. Se um dos fatores for dividido por 2, qual será o novo produto?

f) O produto de dois números é 172. Se um dos fatores for dividido por 4, qual será o novo produto?

g) O produto de dois números é 324. Se um dos fatores for dividido por 9, qual será o novo produto?

h) O produto de dois números é 304. Se um dos fatores for dividido por 8, qual será o novo produto?

i) O produto de dois números é 45. Se um dos fatores for multiplicado por 12, qual será o novo produto?

j) O produto de dois números é 836. Se um dos fatores for dividido por 22, qual será o novo produto?

k) O produto de dois números é 720. Se um dos fatores for dividido por 24, qual será o novo produto?

l) O produto de dois números é 32. Se um dos fatores for multiplicado por 25, qual será o novo produto?

2- Resolva os seguintes problemas:

a) Em uma divisão o quociente é 25 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o dividendo for multiplicado por 5?

b) Em uma divisão o quociente é 42 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o divisor for dividido por 2?

c) Em uma divisão o quociente é 35 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o dividendo for dividido por 7?

d) Em uma divisão o quociente é 104 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o divisor for multiplicado por 2?

e) Em uma divisão o quociente é 224 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o divisor for multiplicado por 8?

f) Em uma divisão o quociente é 168 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o dividendo for dividido por 14?

g) Em uma divisão o quociente é 578 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o divisor for multiplicado por 17?

h) Em uma divisão o quociente é 64 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o dividendo for multiplicado por 2 e o divisor for dividido por 2?

i) Em uma divisão o quociente é 128 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o dividendo for multiplicado por 3 e o divisor for dividido por 3?

j) Em uma divisão o quociente é 49 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o dividendo for multiplicado por 7 e o divisor for dividido por 3?

k) Em uma divisão o quociente é 68 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o dividendo for dividido por 2 e o divisor for dividido por 5?

l) Em uma divisão o quociente é 73 e o resto é zero. Qual será o novo quociente se o dividendo for multiplicado por 4 e o divisor for multiplicado por 2?

Treinando para os Concursos!

1- (CMC-2010) Um professor de Matemática do 6° ano do Colégio Militar de Curitiba lançou a seguinte questão para os seus alunos:

"Seja x um número natural diferente de zero. Qual é o resultado da divisão de x por zero?"

Assinale a alternativa que responde corretamente á questão proposta pelo professor.

a) Não é possível fazer esta divisão.
b) É o próprio número x.
c) O resultado é zero.
d) O resultado é x^2.
e) O resultado é igual a 1.

2- (CMSM - 2020) A Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial, anualmente, organiza os "Jogos da Amizade". Trata-se de uma olimpíada entre todos os colégios militares na qual são disputadas 10 modalidades desportivas culminando com uma apresentação artístico-cultural, num momento de intensa integração e troca de experiências. O CMSM destacou-se em cada uma das oportunidades em que se fez representar nessa competição, principalmente nas modalidades de orientação, handebol, basquete e atletismo.

No mês de junho de 2019, a delegação do CMSM composta por 150 integrantes, embarcou para Resende, no Rio de Janeiro, para participar dos XIII Jogos da Amizade.

Considere que o número de participantes nos Jogos da Amizade é igual para cada uma das unidades do Sistema Colégio Militar do Brasil, cujas localizações estão representadas no mapa acima. Pode-se afirmar que o número que representa a quantidade total de participantes dos XIII Jogos da Amizade, realizados em 2019, é composto de:

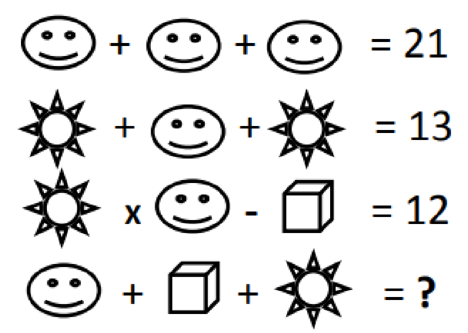
a) 4 classes e 3 ordens
b) 3 classes e 2 ordens
c) 2 classes e 4 ordens
d) 3 classes e 4 ordens
e) 2 classes e 2 ordens

3- (CMJF – 2020) A conta representada pela figura abaixo é uma multiplicação entre um número de três algarismos por um de dois algarismos. Alguns algarismos faltosos na conta estão sendo representados por um retângulo e não são necessariamente iguais.

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & 3 & 4 & \blacksquare \\
 & & \times & \blacksquare & 2 \\
\hline
 & & \blacksquare & 9 & 6 \\
3 & \blacksquare & \blacksquare & 2 & \\
\hline
3 & \blacksquare & \blacksquare & 1 & 6
\end{array}
$$

A soma dos algarismos do resultado dessa conta é:
a) 10.
b) 12.
c) 14.
d) 16.
e) 18.

4- (CMR – 2019) Analise a soma das figuras de cada linha abaixo e responda, qual é o valor da soma da 4ª linha?
a) 19
b) 20
c) 21
d) 23
e) 24



5- (CPM – 2018) Em um colégio militar, estudam 540 alunos, que serão divididos em grupos de 37 alunos para um desfile. Quantos grupos completos serão formados e quantos alunos seriam necessários para completar mais um grupo?
a) Serão formados 14 grupos, sendo necessários mais 22 alunos para formar um novo grupo.
b) Serão formados 16 grupos, sendo necessários mais 29 alunos para formar um novo grupo.
c) Serão formados 16 grupos, sendo necessários mais 08 alunos para formar um novo grupo.
d) Serão formados 14 grupos, sendo necessários mais 15 alunos para formar um novo grupo.

6- (CMC – 2013) Numa divisão de números naturais o divisor é igual a 7. Qual é a soma dos possíveis restos dessa divisão?
a) 20
b) 12
c) 21
d) 7
e) 15

7- (CMRJ – 2020) *Doutor Estranho,* "o mágico da Matemática", inventou um novo desafio e convidou seu amigo Salomão a participar.

As regras eram as seguintes:

– pensar em dois números de apenas um algarismo, sendo um ímpar e o outro par (diferente de zero);
– calcular a soma desses números;
– calcular a diferença entre esses números;
– multiplicar a soma pela diferença;
– dizer o resultado.

Se Salomão encontrou 77 como resultado, qual foi o maior dos números nos quais ele pensou?
a) 8
b) 9
c) 6
d) 7
e) 5

8- (CMM – 2019 – ADAPTADA) A vida no planeta Terra surgiu há cerca de 4 bilhões e 600 milhões de anos, mas os primeiros ancestrais dos seres humanos só apareceram há aproximadamente 4 milhões de anos. O *Homo habilis*, outro ancestral, surgiu há cerca de 2 milhões e 300 mil anos. E o nosso ancestral mais direto, o *Homo erectus*, apareceu há apenas 1 milhão e 800 mil anos. Já nós, que somos o *Homo sapiens*, surgimos entre 401 mil e 100 mil anos atrás. Veja como nossa existência é recente na Terra! Considerando que nós, *Homo sapiens*, tenhamos surgido há 400 mil anos atrás, a diferença em anos entre o surgimento da vida no planeta terra e o dobro do nosso surgimento é um numeral cujo algarismo de menor valor absoluto, diferente de zero, constitui a ordem das:
a) Unidades simples
b) Centenas de milhar
c) Dezenas de milhão
d) Centenas de milhão
e) Unidades de bilhão

9- (CMBH – 2020) A água faz parte da nossa rotina diária. O consumo nos lares brasileiros está dividido entre algumas atividades básicas: limpeza (5%), cozinha (10%), lavagem de roupa (20%), descarga (30%) e higiene pessoal (35%).

Quase um terço da água consumida em casa vai para a descarga, por isso é preciso estar atento ao bom funcionamento do sistema, especialmente em tempos de consumo controlado.

Visando maior economia, os mecanismos tradicionais passaram por uma evolução, que levou ao surgimento de descargas mais eficientes e que gastam menos água.

Suponha que uma descarga nova gaste **6 litros** de água em cada acionamento e uma descarga antiga gaste **15 litros** de água.

Qual será a economia diária, em litros, obtida por meio da substituição de uma descarga velha que gasta aproximadamente **60 litros** de água por dia, por uma descarga nova, considerando a mesma quantidade de acionamentos diários?

a) **45.**
b) **39.**
c) **24.**
d) **54.**
e) **36.**

10- (CMS - 2017) Ao efetuar a divisão do número 810 por um número natural de dois algarismos, Luis enganou-se e inverteu a ordem dos dois algarismos. Assim, como resultado, obteve o quociente 17 e o resto 11. Se Luis não tivesse se enganado e efetuasse corretamente a divisão, o quociente e o resto que ele obteria, seriam, respectivamente, iguais a:

a) 10 e 70.
b) 8 e 69.
c) 10 e 59.
d) 1 e 70.
e) 17 e 11.

11- (CMF - 2019) Será realizada uma corrida com obstáculos, com percurso medindo 2700 metros. A distância da primeira barreira à linha de largada é de 30 metros, a distância da segunda barreira à linha de largada é de 60 metros, a distância da terceira barreira à linha de largada é de 90 metros, e assim, sucessivamente. Sabendo-se que a última barreira está a uma distância de 30 metros da linha de chegada, quantas barreiras foram empregadas no percurso desta corrida?

a) 89
b) 90
c) 91
d) 92
e) 93

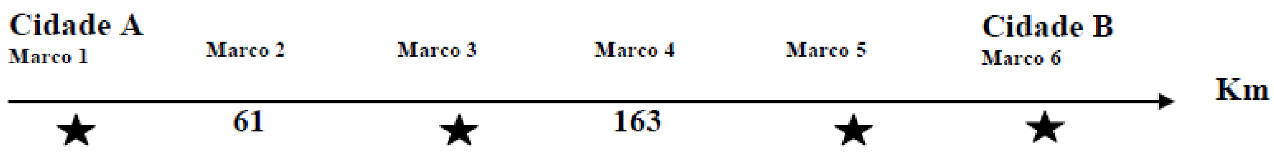
12- (CMF - 2019) Seja A um número natural, representado no sistema decimal de numeração. Se multiplicarmos os algarismos deste número A, vamos obter um número B. Se multiplicarmos os algarismos do número B, obteremos um número C. Vamos repetir esse processo até obter, como último resultado, um único algarismo. Chamaremos esse único algarismo da multiplicação de "SOBRA" do número A.

Por exemplo, a "SOBRA" do número 914 é 8, porque 9x1x4 = 36 → 3x6 = 18 → 1x8 = 8.

Nessas condições, a "SOBRA" do segundo maior número natural, formado por quatro algarismos ímpares e diferentes, é igual a

a) 3.
b) 5.
c) 7.
d) 8.
e) 9.

13- (CMC - 2015) Supondo que o trecho da estrada que liga duas cidades **A** e **B** foi dividido em cinco partes iguais e em seguida foram instalados seis marcos quilométricos, como mostra a figura abaixo. Dessa forma é correto afirmar que a distância entre as cidades **A** e **B** é de:

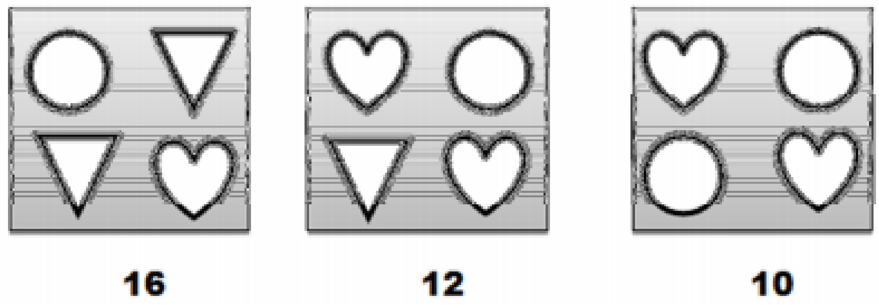


a) 245 km
b) 255 km
c) 265 km
d) 260 km
e) 275 km

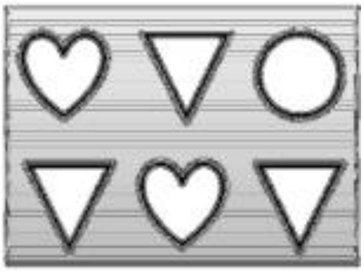
14- (CMS - 2017) O ano passado, uma agência de turismo programou uma excursão para a cidade de Bom Jesus da Lapa, distribuindo as pessoas em ônibus de 29 lugares, sendo que um dos ônibus ficou incompleto com 21 passageiros. Esse ano houve um aumento de 56 pessoas no número de participantes da excursão e a agência vai continuar a utilizar os ônibus de 29 lugares para acomodá-los, sendo necessário contratar ônibus a mais que o ano passado. Sabendo que um dos ônibus ficará incompleto, o número de passageiros que nele será acomodado é

a) 8
b) 10
c) 18
d) 19
e) 27

15- (CMM - 2019) O professor de Matemática lançou um desafio para a turma do 5° ano. Desenvolveu três fichas com quatro símbolos cada e atribuiu um valor numérico a cada uma das fichas, conforme a figura abaixo. O valor numérico de cada ficha corresponde à soma dos símbolos.



Qual o valor numérico da ficha abaixo com 6 símbolos?



a) 21
b) 28
c) 26
d) 23
e) 22

Capítulo 4 – Múltiplos e Divisores

Múltiplos

O conjunto que forma os múltiplos de um número natural qualquer pode ser obtido multiplicando-se esse número natural por qualquer outro número natural. Por exemplo, vamos montar o conjunto dos múltiplos do número 2. Basta multiplicar o 2 por quaisquer números naturais. Fazendo isso ordenadamente, começando pelo 0, temos:

Número natural		Natural qualquer	Múltiplos
2	x	0	0
2	x	1	2
2	x	2	4
2	x	3	6
2	x	4	8
2	x	5	10
2	x	6	12
⋮	⋮	⋮	⋮

Nomeando o conjunto dos múltiplos de 2 por M(2), podemos representá-lo, segundo a notação de conjuntos, da seguinte maneira:

$$M(2) = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...\}$$

Cada um dos números que compõe o conjunto dos múltiplos de 2 são chamados **elementos** desse conjunto. As reticências, ao final, indicam que o conjunto é infinito (não tem fim) e que ele seguirá a mesma lógica que vinha seguindo para a previsão do próximo elemento. Nesse, em se tratando dos múltiplos de 2, basta somar mais 2 unidades para se obter o próximo elemento do conjunto.

Em um outro exemplo, vamos montar agora o conjunto dos múltiplos de 13:

Número natural		Natural qualquer	Múltiplos
13	x	0	0
13	x	1	13
13	x	2	26
13	x	3	39
13	x	4	52
13	x	5	65
13	x	6	78
⋮	⋮	⋮	⋮

Assim, representando os múltiplos de 13 pela notação de conjuntos e nomeando-o como M(13), temos:

M(13) = {0, 13, 26, 39, 52, 65, 78, ...}

Quando tratamos de números pequenos, uma forma simples de verificar se um primeiro número é múltiplo do segundo é verificar se o primeiro número está na tabuada do segundo. Se tiver, certamente é múltiplo dele. Porém, não podemos nos ater somente a isso, pois somente memorizamos a tabuada para produtos até o número 10, e o conjunto dos múltiplos de um número natural qualquer é infinito.

Outra conclusão importante é que sempre que multiplicarmos um número natural por algum outro número natural, o produto será um múltiplo desses dois números. Veja:

- ➔ 2x8 = 16. Logo, 16 é múltiplo de 2 e também é múltiplo de 8.
- ➔ 13x11 = 143. Logo, 143 é múltiplo de 13 e também é múltiplo de 11.
- ➔ 25x12 = 300. Logo, 300 é múltiplo de 25 e também é múltiplo de 12.

ATENÇÃO!!! Devemos ressaltar algumas informações importantes:

- ➔ 0 é múltiplo de qualquer número, pois qualquer número multiplicado por 0 é igual a 0.
- ➔ Qualquer número é múltiplo dele mesmo, pois qualquer número multiplicado por 1 é igual a ele mesmo.

Paridade (Números Pares e Números Ímpares)

De uma maneira bem simples, os números pares são todos os números múltiplos de 2. Nomeando o conjunto de todos os números pares por P, temos:

P = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, ...}

Todos os números que não são pares, sem contar o 0, são ímpares. Nomeando por I o conjunto dos números ímpares, temos:

I = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, ...}

É muito importante saber reconhecer um número como par ou ímpar para os Concursos dos Colégios Militares. Isso pode ser cobrado até mesmo na parte de critérios de divisibilidade, conforme será visto logo adiante.

Hora do Macete!!!

É difícil perceber imediatamente se um número muito grande é múltiplo de 2 para poder identificá-lo como par ou ímpar. Assim, existe um macete bem simples que pode nos ajudar. Veja a tabela abaixo:

Números pares terminam em	Números ímpares terminam em
0	1
2	3
4	5
6	7
8	9

Assim, de maneira sucinta, temos:

- ➔ se um número termina em um número par, ele é um número par.
- ➔ Se um número termina em um número ímpar, ele é um número ímpar.

Por exemplo:

- ➔ 1237 é um número ímpar, pois termina em 7, que é ímpar.
- ➔ 12564 é um número par, pois termina em 4, que é par.
- ➔ 13300 é um número par, pois termina em 0, que é par.

Paridade na Adição e Subtração

Numa soma ou subtração entre dois números naturais conseguimos observar uma tendência no resultado dependendo da paridade dos termos. A regra é a seguinte:

- ➔ Número par **com** número par = número par
- ➔ Número par **com** número ímpar = número ímpar
- ➔ Número ímpar **com** número par = número ímpar
- ➔ Número ímpar **com** número ímpar = número par

Em outras palavras ao efetuar operações entre dois números naturais, o resultado será par caso os dois possuam a mesma paridade (ou seja, se os dois forem pares ou os dois forem ímpares) e o resultado será ímpar caso eles possuam paridades diferentes (ou seja, um for par e o outro ímpar).

De fato, podemos verificar isso na tabela abaixo:

Número par		Número par	Resultado par
4	+	2	6
12	−	4	8
Número par		**Número ímpar**	**Resultado ímpar**
16	+	5	21
22	−	13	9
Número Ímpar		**Número par**	**Resultado Ímpar**
19	+	8	27
25	−	10	15
Número ímpar		**Número ímpar**	**Resultado Par**
11	+	15	26
21	−	7	14

Paridade na Multiplicação

Outro detalhe importante que deve ser destacado é a paridade do resultado de uma multiplicação de números naturais. Isso diz respeito ao fato de o resultado de uma multiplicação ser par ou ser ímpar. A respeito disso, podemos seguir a seguinte regrinha prática:

- ➔ Número par x número par = número par;
- ➔ Número par x número ímpar = número par;
- ➔ Número ímpar x número par = número par;
- ➔ Número ímpar x número ímpar = número ímpar.

De fato, podemos verificar isso na tabela abaixo.

Número par	x	Número par	Resultado par
12	x	8	96
14	x	12	168
Número par	**x**	**Número ímpar**	**Resultado par**
8	x	13	104
12	x	15	180
Número Ímpar	**x**	**Número par**	**Resultado par**
7	x	12	84
17	x	16	272
Número ímpar	**x**	**Número ímpar**	**Resultado ímpar**
11	x	13	143
19	x	21	399

Em outras palavras, a única possibilidade de o produto entre dois números ser ímpar é se os dois fatores que estão sendo multiplicados forem ímpares. Em todos os demais casos, o resultado será par.

Esse conceito também pode ser estendido para uma multiplicação de vários fatores. A única possibilidade de um produto de vários fatores resultar em um número ímpar, é se todos os fatores multiplicados forem ímpares. Se houver apenas um ou mais números pares dentre os fatores, o resultado será par.

Divisores

Dizemos que um número natural é divisor de um outro número natural, quando a divisão do segundo pelo primeiro é exata (ou seja, tem resto 0). Por exemplo: podemos dizer que o 5 é divisor de 25, já que a divisão de 25 por 5 é exata, resulta em 5.

$$\begin{array}{rr|l} & 2\ 5 & 5 \\ \cline{3-3} - & 2\ 5 & 5 \\ \cline{2-2} & 0\ 0 & \end{array}$$

O resto 0 indica que o 5 é divisor de 25.

Dessa forma, sempre que, numa divisão, o resto for 0, podemos dizer que o divisor (número que está dentro da chave) é **divisor** do quociente. Podemos dizer também que o **25 é divisível** por 5, as duas abordagens são corretas e podem ser utilizadas.

Conforme já foi visto, para alguns números que são menores do que 100, podemos identificar rapidamente quais são os seus divisores somente com o conhecimento da tabuada. Para exemplificar, vamos identificar quais são os divisores de 16. De acordo com a tabuada, sabemos que:

- ➔ $2 \times 8 = 16 \leftrightarrow 16 \div 8 = 2$
- ➔ $4 \times 4 = 16 \leftrightarrow 16 \div 4 = 4$
- ➔ $8 \times 2 = 16 \leftrightarrow 16 \div 2 = 8$

Além disso, sabemos também, obviamente, que 1x16 é igual a 16. Logo:

- ➔ $16 \div 16 = 1$

Assim, o conjunto dos divisores de 16, que chamaremos de D(16), é:

$$D(16) = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

Um problema muito comum de ser pedido nos Colégios Militares com relação a divisores, é perguntar se algum número qualquer é divisor de um outro número. Veremos, logo adiante, alguns critérios de divisibilidade para alguns números naturais em especial. No entanto, uma maneira de verificar isso com qualquer número é efetuando a divisão do número dado pelo seu suposto divisor. Se a divisão for exata (resto igual a 0), então o suposto divisor é sim divisor do número dado. Veja um exemplo:

Exemplo 1: Verifique se 13 é divisor de 247.

Resolução: basta efetuar a divisão de 247 por 13.

$$
\begin{array}{r|l}
247 & 13 \\ \cline{2-2}
-13 & 19 \\ \cline{1-1}
117 & \\
117 & \\ \hline
000 &
\end{array}
$$

Como o resto da divisão é 0, logo, a resposta é sim, o 13 é divisor de 247. Podemos dizer também que o 247 é divisível por 13.

ATENÇÃO!!! Devemos ressaltar algumas informações importantes aqui:

- ➔ 0 não é divisor de nenhum número, pois divisão por 0 não existe;
- ➔ 1 é divisor de qualquer número, pois qualquer número dividido por 1 é igual a ele mesmo.
- ➔ Qualquer número é divisor dele mesmo, pois ao se dividir um número natural qualquer por ele mesmo o quociente vai ser igual a 1 e o resto será 0 (com exceção do próprio 0, pois 0 dividido por 0 não existe).

Relação entre Múltiplos e Divisores

Já vimos que ao multiplicarmos um número natural por algum outro natural qualquer obteremos um múltiplo desses dois números. Agora perceba um detalhe: multiplicando um natural por outro, o produto (resultado) será divisível por qualquer um dos números que foram multiplicados inicialmente para obtê-lo.

Como assim, professor? Não entendi

Veja os exemplos para entender:

➔ Se 8x9 = 72, então 72÷9 = 8 e 72÷8 = 9. As divisões são exatas.

Logo, para este exemplo, podemos dizer que se o 72 é múltiplo de 8 e 9. Podemos dizer também que 8 e 9 são divisores de 72 ou, ainda, que 72 é divisível por 8 e por 9.

Em outras palavras, existe uma relação entre múltiplos e divisores. Se um primeiro número é múltiplo de um segundo número, logo, o segundo número será divisor do primeiro, bem como o quociente (resultado) dessa divisão também será. Veja outro exemplo:

➔ 23x35 = 805, então 805÷23 = 35 e 805÷35 = 23. As divisões são exatas

Daí, tiramos então que 805 é múltiplo de 23 e de 35, bem como 23 e 35 são divisores de 805.

Pelo mesmo raciocínio também podemos verificar se um primeiro dado número é múltiplo de um segundo. Basta dividir o primeiro pelo segundo, se o resto for zero então o primeiro é múltiplo do segundo. Veja o exemplo:

Exemplo 2: Verifique se 289 é múltiplo de 17.

Resolução:

$$\begin{array}{rrrr|l} & 2 & 8 & 9 & 17 \\ \cline{5-5} - & 1 & 7 & & 17 \\ \cline{2-3} & 1 & 1 & 9 & \\ & 1 & 1 & 9 & \\ \cline{2-4} & 0 & 0 & 0 & \end{array}$$

Como o resto da divisão de 289 por 17 é 0, então, sim, 289 é múltiplo de 17.

Hora do Exercício – Parte 1

1- Escreva o conjunto dos 7 primeiros múltiplos de cada um dos números pedidos abaixo, seguindo os exemplos (dica: você pode ir multiplicando o número por 0, 1, 2, até chegar no 6, ou simplesmente ir somando esse número ao resultado obtido anteriormente).

M(3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18}	M(21) = {0, 21, 42, 63, 84, 105, 126}
a) M(2)	b) M(5)
c) M(6)	d) M(7)
e) M(9)	f) M(10)

g) M(11)	h) M(12)
i) M(13)	j) M(15)
k) M(17)	l) M(19)

2- Escreva o conjunto de todos os divisores de cada um dos números abaixo seguindo os exemplos (não é permitido fazer cálculos, você deve utilizar apenas os seus conhecimentos de tabuada).

D(2) = {1, 2}	D(4) = {1, 2, 4}
a) 1	b) 5
c) 6	d) 7
e) 9	f) 10
g) 11	h) 12

i) 15	j) 16
k) 18	l) 20

3- Verifique o que se pede:

a) 84 é múltiplo de 12?	b) 144 é múltiplo de 36?
c) 13 é divisor de 64?	d) 91 é múltiplo de 8?
e) 63 é múltiplo de 11?	f) 17 é divisor de 17?

g) 16 é divisor de 208?	h) 144 é múltiplo de 12?
i) 13 é divisor de 169?	j) 15 é múltiplo de 15?
k) 18 é divisor de 324?	l) 361 é múltiplo de 21?

4- Classifique os resultados das operações abaixo como par ou ímpar, colocando um **P** no espaço entre parênteses para resultados pares, ou um **I** no espaço entre parênteses para resultados ímpares. **Não é permitido efetuar as operações de adição ou subtração, utilize apenas os critérios de paridade já aprendidos nessa aula.**

a) ( ) $13 + 7$	b) ( ) $45 - 24$	c) ( ) $37 + 51$	d) ( ) $81 - 24$
e) ( ) $120 + 38$	f) ( ) $63 + 51$	g) ( ) $189 - 44$	h) ( ) $37 + 42$
i) ( ) $133 - 40$	j) ( ) $233 - 145$	k) ( ) $353 + 144$	l) ( ) $167 + 219$
m) ( ) $403 - 298$	n) ( ) $168 - 61$	o) ( ) $133 + 222$	p) ( ) $339 + 424$

5- Classifique o resultado das multiplicações abaixo como par colocando um **P** no espaço entre parênteses, ou como ímpar colocando um **I** no espaço entre parênteses. **Não é permitido efetuar as operações de multiplicação, utilize apenas os critérios de paridade já aprendidos nessa aula.**

a) ( ) 12x14	b) ( ) 13x18	c) ( ) 24x13	d) ( ) 33x13
e) ( ) 13x25	f) ( ) 35x42	g) ( ) 37x52	h) ( ) 51x35
i) ( ) 63x14	j) ( ) 71x21	k) ( ) 73x64	l) ( ) 63x84
m) ( ) 12x15x17	n) ( ) 21x32x55	o) ( ) 15x19x37	p) ( ) 41x13x97

Números Primos

Chamamos de números primos todos aqueles números que somente são divisíveis por 1 e por eles mesmos. Por exemplo, o número 17. Dentro do conjunto dos números naturais, ele somente pode ser dividido por 1 e por 17 de modo que o resto da divisão seja 0. Assim, dizemos que o número 17 é um número primo. O conjunto formado pelos números primos, nomeado por Pr, é dado abaixo:

$$Pr = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ...\}$$

Observe que não existe uma ordem lógica na sequência dos números primos, de modo que não conseguimos prever o próximo número primo apenas analisando os números primos que vinham antes dele.

Para as provas dos Colégios Militares é importante que saibamos pelo menos os dez primeiros números primos. Caso precisemos de mais, números primos menores do que 100 podem ser facilmente detectáveis pelos nossos conhecimentos de tabuada e algumas operações de divisão. Para verificar, por exemplo, se o 17 é primo, basta pensarmos na tabuada e verificarmos que ele não está em nenhuma das tabuadas que conhecemos. Sabemos também que ele não será divisível por nenhum número que está entre 11 e 17, a não ser pelo próprio 17, já que essas divisões dariam quociente 1 e restos diferentes de zero. Portanto, de fato, o 17 é um número primo.

Devemos dar atenção especial para dois fatos:

- ➔ 1º: O número 1 não é primo. Um número primo deve ter dois divisores, o 1 e ele mesmo. Em se tratando do 1, ele tem apenas um divisor, que é ele mesmo;
- ➔ 2º: O único número primo par é o número 2. Todos os demais primos são números ímpares, conforme podemos observar pela tendência do conjunto Pr que foi dado. Isso acontece porque todos os números pares têm como divisor, além do 1 e deles mesmos, pelo menos o número 2. Portanto, eles já não podem ser primos, com exceção do próprio 2.

Um número não primo é chamado de número composto, já que por sua decomposição numérica (aprenderemos logo adiante) é possível verificar que ele é composto por outros fatores primos.

Critérios de Divisibilidade

Diversos números naturais possuem critérios de divisibilidade. Alguns são mais úteis e de mais fácil compreensão do que outros. Nos próximos tópicos abordaremos alguns desses critérios que podem nos ser muito úteis na determinação da divisibilidade ou não por certos números naturais sem a necessidade de efetuar a operação de divisão. Após as resoluções dos problemas, faremos a checagem da divisibilidade ou não através da divisão. No entanto, elas serão feitas apenas com o propósito de verificar a veracidade dos critérios vistos. Não há necessidade de você efetuar a divisão no momento de resolução dos exercícios caso você conheça e utilize os critérios, a menos, é claro, que a divisão seja pedida no problema.

Divisibilidade por 2

Um número é divisível por 2 quando ele é par. Assim, não há necessidade de se efetuar a divisão de um número natural qualquer por 2 para saber se a divisão será ou não exata (resto zero). Basta verificar se ele é par ou não. Veja os exemplos.

Exemplo 3: Verifique se os números 1052 e 3033 são divisíveis por 2.

Resolução: pelo critério de divisibilidade, basta verificar se os números são ou não pares. Assim, o 1052 é divisível por 2, já que ele é par. Já o 3033, não é, já que ele é ímpar. Vamos verificar efetuando as operações pra conferir?

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
 & 1 & 0 & 5 & 2 & \;2 \\ \cline{6-6}
- & 1 & 0 & & & \;5\;2\;6 \\ \cline{2-3}
 & 0 & 0 & 5 & & \\
 & & - & 4 & & \\ \cline{4-4}
 & & & 1 & 2 & \\
 & & - & 1 & 2 & \\ \cline{4-5}
 & & & 0 & 0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rrrrr|l}
 & 3 & 0 & 3 & 3 & \;2 \\ \cline{6-6}
- & 2 & & & & \;1\;5\;1\;6 \\ \cline{2-2}
 & 1 & 0 & & & \\
- & 1 & 0 & & & \\ \cline{2-3}
 & 0 & 0 & 3 & & \\
 & & - & 2 & & \\ \cline{4-4}
 & & & 1 & 3 & \\
 & & - & 1 & 2 & \\ \cline{4-5}
 & & & 0 & 1 &
\end{array}
$$

Conforme podemos notar, como havíamos previsto, o 1052 é divisível por 2 (resto zero) e o 3033 não é divisível por 2 (resto diferente de zero).

Divisibilidade por 3

Um número natural qualquer é divisível por 3 quando a soma dos valores de seus algarismos resulta em um número divisível por 3. **CUIDADO NESSA PARTE!!!** Como o critério de divisibilidade por 2 é ser um número par, muitos alunos acabam criando a ilusão de que para um número ser divisível por 3 ele apenas precisa ser ímpar, **e isso é absolutamente falso!** O número 3 tem múltiplos pares e múltiplos ímpares. Dessa forma, diversos números, tanto pares quanto ímpares, podem ser divisíveis por 3. O critério de divisibilidade, conforme já foi dito, é a soma dos valores dos algarismos ser, ou não, divisível por 3.

Veja agora um exemplo:

Exemplo 4: Verifique se os números 1532 e 3321 são divisíveis por 3.

Resolução: verificando primeiramente o 1532. Vamos somar seus algarismos:

$$1+3+5+2 = 11$$

Como 11 não é divisível por 3 (já que não está na tabuada do 3), logo o 1532 também não é. Agora vamos verificar o 3321 somando o valor de seus algarismos:

$$3+3+2+1 = 9$$

Como 9 é divisível por 3 (já que está na tabuada do 3) então o 3321 também é. De fato, efetuando as operações de divisão:

```
          |  |                        |  |  |
   1  5   3  2 | 3               3   3  2  1 | 3
-  1  5          5  1  0      -  3             1  1  0  7
   0  0   3                      0   3
       -  3                      -   3
          0  2                       0  2  1
       -  0  0                    -     2  1
          0  2                          0  0
```

De fato, como previmos, o 1532 não é divisível por 3 (resto diferente de 0) e o 3321, é (resto igual a zero).

Divisibilidade por 4

Um número é divisível por 4 quando o número formado por seus dois últimos algarismos é divisível por 4 ou quando os dois últimos algarismos são 00. Vale observar que, em alguns casos, pode não ser tão rápido verificar a divisibilidade por 4, já que, por exemplo, se o número terminar com os algarismos 86, não é tão simples saber pela tabuada se 86 é divisível ou não por 4. Mas em muitos casos essa regra ajuda, então convém que nós a saibamos. E também, caso não saibamos rapidamente se o número formado pelos dois últimos algarismos juntos é divisível por 4, podemos simplesmente dividir esse número por 4 em vez de dividir o número todo.

Um outro detalhe que também pode nos ajudar aqui é o seguinte: todos os múltiplos de 4 são pares. Logo, somente números pares poderão ter o 4 como divisor. **No entanto, esse não é o único critério, não basta que o número seja par pra ser divisível por 4, por isso devemos checar sempre os dois últimos algarismos.** No entanto, se percebermos que o número dado é ímpar, rapidamente podemos identificar que ele não é divisível por 4.

Exemplo 5: Verifique se os números 3028 e 4058 são divisíveis por 4.

Resolução: Vamos verificar inicialmente o 3028. O número formado pelos dois últimos algarismos é 28, e 28 é divisível por 4. Então, 3028 também é. Agora verificando o 4058, vemos que o número formado por seus dois últimos algarismos é 58. Não sabemos (pelo menos não pela tabuada) se 58 é ou não divisível por 4. Mas podemos rapidamente efetuar essa divisão, que é mais rápida do que dividir todo o 4058 por 4. Vamos, então, efetuá-la:

```
   5  8 | 4
-  4      1  4
   1  8
-  1  6
   0  2
```

O resto da divisão de 58 por 4 deu 2, então 58 não é divisível por 4. Logo, o 4058 também não é. Agora vamos verificar pelas divisões completas:

$$\begin{array}{r|l} 3028 & 4 \\ \cline{2-2} -28 & 757 \\ \cline{1-1} 022 & \\ -20 & \\ \cline{1-1} 28 & \\ -28 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4058 & 4 \\ \cline{2-2} -4 & 1014 \\ \cline{1-1} 005 & \\ -4 & \\ \cline{1-1} 18 & \\ 16 & \\ \cline{1-1} 02 & \end{array}$$

Conforme previmos, o 3028 é divisível por 4 (resto 0) e o 4058, não (resto diferente de zero).

Divisibilidade por 5

Um número natural qualquer é divisível por 5 quando seu último algarismo for 0 ou 5. Veja um exemplo:

Exemplo 6: Verifique se os números 3205 e 4303 são divisíveis por 5.

Resolução: Para verificarmos a divisibilidade basta verificarmos se os números terminam em 0 ou em 5. 3205 termina em 5, logo é divisível por 5. Já o 4303 termina em 3, logo, não é divisível por 5. Conferindo através das divisões, temos:

$$\begin{array}{r|l} 3205 & 5 \\ \cline{2-2} -30 & 641 \\ \cline{1-1} 020 & \\ -20 & \\ \cline{1-1} 005 & \\ -5 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4303 & 5 \\ \cline{2-2} -40 & 860 \\ \cline{1-1} 030 & \\ -30 & \\ \cline{1-1} 003 & \\ -0 & \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

Como previmos, o 3205 é divisível por 5 (resto zero) e o 4303, não (resto diferente de zero).

Divisibilidade por 6

Para um número ser divisível por 6, ele deve ser par **e** ter sua soma como um número múltiplo de 3. Ou seja, em outras palavras, **para ser múltiplo de 6 um número deve ser múltiplo de 2 e de 3 ao mesmo tempo.** Veja um exemplo:

Exemplo 7: Verifique se os números 2802 e 3206 são divisíveis por 6.

Resolução: Analisando primeiro o 2802, vemos que ele é par, já que termina com o algarismo 2. Agora, para ser divisível por 3, ele deve ter como soma do valor de seus algarismos um número também divisível por 6. Vamos verificar:

$$2+8+0+2 = 12$$

Como, além de ser par, a soma dos valores dos algarismos do número 2802 é 12, esse número é divisível por 6. Agora vamos verificar o 3206. Ele é um número par, já que termina em 6. Vamos verificar agora se a soma de dos valores de seus algarismos é divisível por 6:

$$3+2+0+6 = 11$$

Como a soma dos algarismos do 3206 resulta em 11, e 11 não é divisível por 3, logo o número 3206 não é divisível por 6, apesar de ser par. Verificando através da divisão a divisibilidade dos números dados, temos:

$$\begin{array}{rrrrr|l} & 2 & 8 & 0 & 2 & \ 6 \\ \cline{6-6} - & 2 & 4 & & & 4\ 6\ 7 \\ \cline{2-3} & 0 & 4 & 0 & & \\ & - & 3 & 6 & & \\ \cline{3-4} & & 0 & 4 & 2 & \\ & & - & 4 & 2 & \\ \cline{4-5} & & & 0 & 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrrrr|l} & 3 & 2 & 0 & 6 & \ 6 \\ \cline{6-6} - & 3 & 0 & & & 5\ 3\ 4 \\ \cline{2-3} & 0 & 2 & 0 & & \\ & - & 1 & 8 & & \\ \cline{3-4} & & 0 & 2 & 6 & \\ & & - & 2 & 4 & \\ \cline{4-5} & & & 0 & 2 & \end{array}$$

De fato, como previmos, o 2802 é divisível por 6 (resto 0) e o 3206, não (resto diferente de zero)

Divisibilidade por 9

Semelhante ao critério de divisibilidade por 3, para um número ser divisível por 9 ele deve ter como soma dos valores de seus algarismos um número que seja divisível por 9. Veja um exemplo:

Exemplo 8: Verifique se os números 2083 e 5373 são divisíveis por 9.

Resolução: verificando primeiro o 2083, vamos somar os valores de seus algarismos:

$$2+0+8+3 = 13$$

Como a soma 13 não é um número divisível por 9, logo, o 2083 não é divisível por 9. Agora testando o 5373:

$$5+3+7+3 = 18$$

Como 18 é um número divisível por 9, então o 5373 é divisível por 9. Verificando pelas divisões:

$$\begin{array}{rrrrr|l} & 2 & 0 & 8 & 3 & \ 9 \\ \cline{6-6} - & 1 & 8 & & & 2\ 3\ 1 \\ \cline{2-3} & 0 & 2 & 8 & & \\ & - & 2 & 7 & & \\ \cline{3-4} & & 0 & 1 & 3 & \\ & & - & 0 & 9 & \\ \cline{4-5} & & & 0 & 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrrrr|l} & 5 & 3 & 7 & 3 & \ 9 \\ \cline{6-6} - & 4 & 5 & & & 5\ 9\ 7 \\ \cline{2-3} & 0 & 8 & 7 & & \\ & - & 8 & 1 & & \\ \cline{3-4} & & 0 & 6 & 3 & \\ & & - & 6 & 3 & \\ \cline{4-5} & & & 0 & 0 & \end{array}$$

De fato, como previmos, o 2083 não é divisível por 9 (resto diferente de zero) e o 5373, é (resto igual a zero).

Divisibilidade por 10

Para ser divisível por 10 um número deve ter como seu último algarismo o 0 (zero). Isso é bastante intuitivo se pensarmos na tabuada do 10: percebemos facilmente que todos os múltiplos de 10 terminam com o algarismo 0. Vamos ver um exemplo.

Exemplo 9: Verifique se os números 3030 e 9328 são divisíveis por 10.

Resolução: Como o número 3030 termina com o algarismo 0, então ele é divisível por 10. Agora, o 9328, como não termina com o algarismo 0, não é divisível por 10. Verificando pela divisão:

$$
\begin{array}{rcccc|l}
 & \overparen{3\ \ 0} & & 3 & 0 & 1\ 0 \\ \cline{6-6}
- & 3\ \ 0 & & & & 3\ 0\ 3 \\ \cline{2-2}
 & 0\ \ 0 & & 3 & 0 & \\
 & & - & 3 & 0 & \\ \cline{4-5}
 & & & 0 & 0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rccccc|l}
 & \overparen{9\ \ 3} & & 2 & & 8 & 1\ 0 \\ \cline{7-7}
- & 9\ \ 0 & & & & & 9\ 3\ 2 \\ \cline{2-2}
 & 0\ \ 3 & & 2 & & & \\
 & - \ 3 & & 0 & & & \\ \cline{2-4}
 & 0 & & 2 & & 8 & \\
 & & - & 2 & & 0 & \\ \cline{4-6}
 & & & 0 & & 8 &
\end{array}
$$

Conforme previmos, o 3030 é divisível por 10 (resto 0) e o 9328, não (resto diferente de zero).

Divisores de Divisores

Se um primeiro número é divisor de um segundo número, então todos os divisores do primeiro número também são divisores do segundo número. Não entendeu? Acalme-se, vamos exemplificar: sabemos que 8 é divisor de 72, pois $72 \div 8 = 9$. Sabemos então que se 8 é um divisor de 72, todos os divisores de 8 também são divisores de 72. Vamos testar pelos critérios de divisibilidade que acabamos de ver? Acompanhe:

➔ Pela tabuada sabemos que os divisores de 8 são: 1, 2, 4 e o próprio 8.
➔ Pela regra que vimos agora, então o 72 também deve ser divisível por 2 e 4 (além do 1 e do próprio 8, que já são óbvios).
➔ O 72 é um número par, portanto é divisível por 2. E a divisibilidade por 4 pode ser confirmada efetuando a divisão do 72 por 4. Vamos ver:

$$
\begin{array}{rcc|l}
 & \overparen{7} & 2 & 4 \\ \cline{4-4}
- & 4 & & 1\ 8 \\ \cline{2-2}
 & 3 & 2 & \\
 & 3 & 2 & \\ \cline{2-3}
 & 0 & 0 &
\end{array}
$$

Como previmos, o 72 também é divisível por 4.

Assim, podemos confirmar a regra: se um primeiro número é divisor de um segundo número, todos os divisores do primeiro número também serão também divisores do segundo. Essa regrinha é, algumas vezes, o raciocínio chave para resolução de alguns exercícios dos Colégios Militares, além de que, em alguns outros casos, esse conhecimento pode nos ajudar a ganhar muito tempo na resolução das questões.

Hora do Exercício – Parte 2

1- Marque com um X somente os números que forem primos.

a) ( ) 2	b) ( ) 1	c) ( ) 3	d) ( ) 5
e) ( ) 9	f) ( ) 7	g) ( ) 13	h) ( ) 15
i) ( ) 18	j) ( ) 19	k) ( ) 17	l) ( ) 21
m) ( ) 23	n) ( ) 27	o) ( ) 30	p) ( ) 31
q) ( ) 28	r) ( ) 32	s) ( ) 33	t) ( ) 37

2- Relacione cada um dos números da coluna da esquerda com seus divisores marcando um X (não é permitido fazer cálculos, utilize apenas os critérios de divisibilidade e seus conhecimentos de tabuada).

a) 9	( ) 3	( ) 2	( ) 4	( ) 9
b) 18	( ) 2	( ) 3	( ) 5	( ) 6
c) 24	( ) 1	( ) 5	( ) 6	( ) 8
d) 48	( ) 3	( ) 5	( ) 6	( ) 10
e) 60	( ) 2	( ) 3	( ) 6	( ) 10
f) 80	( ) 2	( ) 4	( ) 5	( ) 9
g) 105	( ) 2	( ) 3	( ) 5	( ) 10
h) 111	( ) 3	( ) 4	( ) 9	( ) 10
i) 148	( ) 2	( ) 3	( ) 4	( ) 9
j) 336	( ) 4	( ) 5	( ) 6	( ) 9
k) 452	( ) 2	( ) 3	( ) 4	( ) 5
l) 1000	( ) 2	( ) 3	( ) 4	( ) 10

3- Sobre divisibilidade e os critérios de divisibilidade, avalie as afirmativas abaixo e marque C para as corretas e I para as incorretas. Lembre-se de verificar se as informações dadas são corretas e se as justificativas dadas também são. Não é permitido fazer contas, utilize apenas as informações de divisibilidade que você aprendeu até aqui.

a) ( ) Sabendo que 3 é divisor 9, e que 9 é divisor de 81, então certamente 3 também é divisor de 81.
b) ( ) 104 é divisível por 4, pois seus dois últimos algarismos formam o número 4.
c) ( ) Se 2 é divisor de 4, então 28 é múltiplo de 2.
d) ( ) Qualquer número par é múltiplo de 4.
e) ( ) Todos os múltiplos de 9 são também múltiplos de 3.
f) ( ) Se 5 é divisor de 25, então todos os múltiplos de 5 serão também múltiplos de 25.
g) ( ) Sabendo-se que 78 é múltiplo de 2 e de 3, pode-se afirmar que ele também é múltiplo de 6.
h) ( ) O número 1 é múltiplo de qualquer número.

i)	( )	4 é divisor de 100, pois os dois últimos algarismos do número 100 são 00.
j)	( )	Se um número é múltiplo de 14, ele certamente será múltiplo de 7.
k)	( )	Sabendo-se que 5 é divisor de 25, então todos os múltiplos de 25 serão divisíveis por 5.
l)	( )	Sabendo-se que A é divisor de B, e que B é divisor de C, então certamente A é divisor de C.

Decomposição Numérica em Produtos

Quando falamos em decomposição numérica, estamos falando em "abrir" um número num produto de dois ou mais números que sejam seus divisores. Por exemplo, vamos pensar no número 45. Sabemos que 5x9 = 45. Logo, podemos decompor o 45 em 5x9.

$$45 = 5x9$$

Parece fácil demais, mas é isso mesmo, é simples assim. Podemos também decompor o 45 em 15x3, já que o 15x3 = 45.

$$45 = 15x3$$

Observe que, conforme já foi dito, na decomposição de um número todos os fatores são seus divisores. Além disso, o produto desses fatores resulta no próprio número que está sendo decomposto.

Quanto mais divisores um número tiver, mais possibilidades de decomposição ele tem. Veja, ainda, que podemos decompor o 45 num produto de 3 números. Pela primeira decomposição, vimos que 45 = 5x9. Mas 9 pode ser decomposto em 3x3, e juntando a decomposição do 9 temos:

$$45 = 5x3x3$$

Observe, que nesse último caso, o 45 foi decomposto em números primos. Esse tipo de decomposição leva o nome especial de **decomposição em fatores primos** ou **fatoração**.

Enfim, alguns números podem ser decompostos de apenas uma maneira e outros podem ser decompostos de várias maneiras. Se o número for primo, o único produto que pode representá-lo é o produto dele por 1. Vamos exemplificar com o número 7:

$$7 = 7x1$$

Decomposição em Fatores Primos ou Fatoração

Conforme já vimos, a decomposição em fatores primos ou fatoração trata da decomposição de um número em fatores primos. Essa ideia vai ser bastante útil nos cálculos de MMC e MDC que veremos logo adiante e também em cálculos com frações, que serão vistos nos próximos capítulos.

Existe um procedimento prático para decomposição de um número em seus fatores primos. Por exemplo, vamos decompor o número 45 em seus fatores primos pra entender. Colocamos o número 45 com uma "barra" ao seu lado direito, conforme ilustrado a seguir:

$$\begin{array}{r|l} 45 & \\ & \\ & \end{array}$$

Agora, iniciamos colocando um número primo ao lado direito da barra posicionado na mesma linha do 45. Esse número deve ser divisor do 45. Além disso, esse número deve ser o menor número primo possível. Isso nos ajuda a manter a organização e facilita nossos cálculos.

Pensando nos critérios de divisibilidade, sabemos que o 45 não é divisível pelo por 2 (que é o primeiro número primo). Mas é divisível por 3, já que a soma de seus algarismos 4+5 = 9. Então, iniciamos pelo número 3.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ & \\ & \end{array}$$

Em seguida efetuamos a divisão do 45 por 3 e colocamos o quociente logo abaixo do 45.

$$\begin{array}{rrr|l} & 4 & 5 & 3 \\ \cline{4-4} - & 3 & & 1\ 5 \\ \cline{2-2} & 1 & 5 & \\ & 1 & 5 & \\ \cline{2-3} & 0 & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & \\ & \end{array}$$

Agora, devemos dividir o 15 por algum outro número primo, de modo que esse número seja o menor possível. Pela tabuada, sabemos que 3x5 = 15. Então, o próximo fator primo a ser colocado é o 3. Colocamos ele logo abaixo do primeiro (que também é 3). Veja:

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & \\ & \end{array}$$

Pra finalizar, devemos dividir 5 por um fator primo. Mas o 5 também é um número primo, logo só pode ser dividido por ele mesmo. E o resultado dessa divisão é 1. Veja:

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Quando, na sequência das divisões, o número que está na coluna esquerda chega a 1, a fatoração está completa. Para sabermos qual é o resultado da fatoração, basta escrever todos os números obtidos na coluna da direita em ordem e na forma de um produto. Veja como fica:

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & 3x3x5 \end{array}$$

Assim, conforme já havíamos visto para o 45, sua decomposição em fatores primos ou fatoração é:

$$45 = 3x3x5$$

Observe que se multiplicarmos os seus fatores primos retornaremos ao próprio 45. O que é bastante óbvio, já que estamos apenas abrindo o 45 como um produto de outros números.

$$\underbrace{\underbrace{3x3}x5}$$

$$\underbrace{9x5}$$

$$45$$

Agora veja também um outro detalhe importante: o produto de 3x3 pode ser escrito como 3^2. O 2 colocado diagonal acima é chamado de expoente. Essa notação indica que o número 3 está sendo multiplicado por ele mesmo, de modo que ele se repete 2 vezes nessa multiplicação. Veja:

$$\underbrace{3x3}x5$$

$$3^2x5$$

Essa operação chama-se potenciação, e será abordada com maior detalhamento no próximo capítulo. No entanto, como essa notação é muito utilizada na fatoração, iremos utilizá-la também já nesse capítulo. Veja outros exemplos:

5^2	=	$5x5$
7^3	=	$7x7x7$
3^4	=	$3x3x3x3$

Vamos ver um outro exemplo de fatoração? Fatorando agora o número 315.

$$\begin{array}{r|l} 315 & \\ & \\ & \end{array}$$

O 315 não é divisível por 2, já que é ímpar, mas é divisível por 3, já que a soma de seus algarismos é 3+1+5 = 9 e 9 é divisível por 3. Sabendo que 315÷3 = 105, temos:

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & \end{array}$$

O número 105 também ímpar. A soma de seus algarismos é 1+0+5 = 6, e como 6 é divisível por 3 o número 105 também é. Sabendo que 105÷3 = 35, temos:

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & \end{array}$$

O número 35 não é par, portanto não é divisível por 2. Também não é divisível por 3, já que a soma de seus algarismos 3+5 = 8 não é divisível por 3. Mas como ele termina em 5, ele é divisível por 5. E pela tabuada do 5, sabemos que 35÷5 = 7. Assim, temos:

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & \end{array}$$

Agora, como o número 7 é primo, ele só pode ser dividido por ele mesmo. Assim:

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ \cline{2-2} 1 & \end{array}$$

Agora, basta que multipliquemos os fatores primos para obter a forma fatorada do número 315:

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ \cline{2-2} 1 & 3x3x5x7 \end{array}$$

O 3 se repetindo duas vezes na sequência pode ser escrito como 3^2. Assim, podemos escrever:

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ \cline{2-2} 1 & 3^2x5x7 \end{array}$$

Hora do Exercício Parte 3

1- Decomponha os seguintes números em um produto de dois números quaisquer. Observe que o número deve ser decomposto em um produto de apenas **dois** fatores diferentes de 1, basta seguir os modelos dados.

Modelo 1) 36 **Pela tabuada sabemos que 4x9 = 36. Assim, 36 pode ser decomposto em:** 36 = 4x9	Modelo 2) 45 **Pela tabuada, sabemos que 45 = 5x9. Assim, o 45 pode ser decomposto em:** 45 = 5x9	Modelo 3) 21 **Pela tabuada, sabemos que 3x7 = 21. Assim, o 21 pode ser decomposto em:** 21 = 3x7
a) 20	b) 24	c) 27
d) 32	e) 18	f) 64
g) 42	h) 72	i) 48
j) 54	k) 44	l) 81

2- Fatore (decomponha em fatores primos) os seguintes números:

a) 81	b) 24	c) 27
d) 90	e) 40	f) 60
g) 180	h) 84	i) 420
j) 252	k) 210	l) 150

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Já vimos que o múltiplo de um número natural é qualquer número que possa ser obtido multiplicando-se esse primeiro número natural por qualquer outro número natural. Por exemplo, o conjunto que forma os múltiplos de 2, M(2), é:

$$M(2) = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...\}$$

Agora vamos pensar: o que é um múltiplo comum? Quando falamos, por exemplo, que **dois alunos tem em comum** o fato de gostarem de matemática, estamos dizendo que esses dois alunos gostam de matemática. Da mesma forma, quando falamos em múltiplo comum ou em múltiplos comuns, estamos nos referindo aos números que são múltiplos comuns a dois ou mais números. Por exemplo, vamos pensar nos múltiplos de 2 e 3. Veja:

$$M(2) = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, ...\}$$

M(3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, ...}

Observando os dois conjuntos, quais são os múltiplos comuns entre 2 e 3? São todos aqueles números que são múltiplos de 2 e de 3 ao mesmo tempo! Representamos matematicamente esse conjunto por M(2) ∩ M(3). Destacando os múltiplos comuns entre 2 e 3, vem:

M(2) = {**0**, 2, 4, **6**, 8, 10, **12**, 14, 16, **18**, **...**}

M(3) = {**0**, 3, **6**, 9, **12**, 15, **18**, 21, **24**, 27, **...**}

M(2) ∩ M(3) = {0, 6, 12, 18, 24, ...}

Mas professor, o que é o MMC afinal?

MMC é uma abreviação de **Mínimo Múltiplo Comum**, que é o menor múltiplo comum entre dois ou mais números **sem contar o 0**. Por exemplo, no caso do 2 e do 3, vemos que o MMC é o número 6. Representamos isso, matematicamente da seguinte maneira:

MMC (2,3) = 6

Encontramos o MMC entre 2 e 3 montando o conjunto de seus múltiplos e vendo qual é o menor múltiplo comum excluindo o 0. **Esse método é muito útil para se encontrar o MMC entre números pequenos. Apenas com o conhecimento da tabuada você consegue encontrar o MMC entre dois ou mais números pequenos!** No entanto, quando tratamos de números maiores ou de uma maior quantidade de números, existe um procedimento que nos auxilia esse cálculo. Ele se chama **fatoração simultânea**. Nesse procedimento, nós fatoramos os dois números simultaneamente e multiplicamos os fatores primos obtidos ao lado direito. O produto desses fatores primos é o MMC entre os números analisados. Vamos, para exemplificar, encontrar o MMC entre 12 e 16 através da fatoração simultânea. Escrevemos os dois números separando-os por vírgula e colocando a linha da fatoração ao lado direito do último número. Quando os dois números chegarem a 1, a fatoração se encerra. Veja:

12, 16 |

Agora iniciamos a fatoração colocando o menor número primo possível ao lado direito da linha. Esse número deve ser um fator primo, e deve ser divisor de pelo menos um dos números que estão sendo fatorados. Caso esse número não divida todos os números que estão à esquerda da linha, o número que não for divisível pelo fator primo deve apenas se repetir na linha de baixo. Para o exemplo dado acima, iniciaremos pelo número 2, já que 12 e 16 são pares e, portanto, são divisíveis por 2. Fica dessa forma:

$$\begin{array}{cc|c} 12, & 16 & 2 \\ 6, & 8 & \\ & & \end{array}$$

Na próxima etapa, como 6 e 8 são divisíveis por 2, colocamos 2 novamente ao lado direito:

$$\begin{array}{cc|c} 12, & 16 & 2 \\ 6, & 8 & 2 \\ 3, & 4 & \end{array}$$

Agora observe que somente o 4 é divisível por 2. O 3 não é. Então, colocamos o 2 novamente na coluna da direita e dividimos somente o 4 por 2. O 3 simplesmente repetimos em baixo.

$$\begin{array}{cc|c} 12, & 16 & 2 \\ 6, & 8 & 2 \\ 3, & 4 & 2 \\ 3, & 2 & \end{array}$$

O 2 ainda é divisível por 2, então colocamos novamente o 2 na coluna da direita.

$$\begin{array}{cc|c} 12, & 16 & 2 \\ 6, & 8 & 2 \\ 3, & 4 & 2 \\ 3, & 2 & 2 \\ 3, & 1 & \end{array}$$

Um dos números que está sendo fatorado chegou a 1. Mas o outro, não. Assim, devemos dividir agora o 3 que sobrou na última linha para continuarmos. Como o 3 é primo, ele só é divisível por 3 ele mesmo. Assim, colocamos o 3 na coluna da direita, e prosseguimos. O 1 que já está ali nós apenas vamos repetindo em baixo. Veja como fica:

$$\begin{array}{cc|c} 12, & 16 & 2 \\ 6, & 8 & 2 \\ 3, & 4 & 2 \\ 3, & 2 & 2 \\ 3, & 1 & 3 \\ 1, & 1 & \end{array}$$

Por fim, encerramos a fatoração. O MMC (12, 16) vai ser o produto dos fatores primos obtidos na coluna da direita.

$$
\begin{array}{rr|l}
12, & 16 & 2 \\
6, & 8 & 2 \\
3, & 4 & 2 \\
3, & 2 & 2 \\
3, & 1 & 3 \\
1, & 1 & \color{red}{\mathbf{2x2x2x2x3 = 2^4x3}}
\end{array}
$$

Calculando o produto dos fatores primos obtidos encontramos o MMC:

$$\underbrace{2x2}x2x2x3$$

$$\underbrace{4x2}x2x3$$

$$\underbrace{8x2}x3$$

$$\underbrace{16x3}$$

$$48$$

Portanto, MMC (12, 16) = 48.
Vamos, agora, encontrar o MMC entre 15 e 20.

$$
\begin{array}{rr|l}
15, & 20 &
\end{array}
$$

Iniciamos sempre pelo menor número primo possível. Notamos que muito embora o 15 seja ímpar e, portanto, não divisível por 2, o 20 é par. Portanto, o 20 é divisível por 2. Assim, iniciamos colocando o 2 na coluna da direita. Dividimos o 20 por 2 e repetimos o 15.

$$
\begin{array}{rr|l}
15, & 20 & \color{red}{\mathbf{2}} \\
\color{red}{\mathbf{15,}} & \color{red}{\mathbf{10}} &
\end{array}
$$

O 10 ainda é divisível por 2. Assim, colocamos novamente o 2 na coluna da direita.

$$
\begin{array}{rr|l}
15, & 20 & 2 \\
15, & 10 & \color{red}{\mathbf{2}} \\
\color{red}{\mathbf{15,}} & \color{red}{\mathbf{5}} &
\end{array}
$$

Para a próxima etapa temos dois números ímpares. Portanto, não podemos mais continuar a dividir os números por 2. Notamos, pela tabuada, que o 15 é divisível por 3. Portanto, o próximo fator primo a ser colocado na coluna da direita é o 3.

$$
\begin{array}{cc|c}
15, & 20 & 2 \\
15, & 10 & 2 \\
15, & 5 & 3 \\
5, & 5 &
\end{array}
$$

Agora, temos apenas o número 5 se repetindo 2 vezes. Como 5 é primo, o número a ser colocado na coluna da direita é o próprio 5. Assim:

$$
\begin{array}{cc|c}
15, & 20 & 2 \\
15, & 10 & 2 \\
15, & 5 & 3 \\
5, & 5 & 5 \\
1, & 1 &
\end{array}
$$

Por fim, como todos os números chegaram a 1, simplesmente multiplicamos os fatores primos da coluna da direita para encontrar o MMC.

$$
\begin{array}{cc|l}
15, & 20 & 2 \\
15, & 10 & 2 \\
15, & 5 & 3 \\
5, & 5 & 5 \\
\hline
1, & 1 & \mathbf{2x2x3x5 = 2^2x3x5}
\end{array}
$$

$$\underbrace{2x2}x3x5$$

$$\underbrace{4x3}x5$$

$$\underbrace{12x5}$$

$$60$$

Portanto, MMC (15, 20) = 60.

A fatoração simultânea pode, ainda, ser efetuada para encontrar o Mínimo Múltiplo Comum de mais de dois números. Vamos exemplificar calculando o MMC entre 12, 20 e 30. Veja como fica:

$$
\begin{array}{ccc|c}
12, & 20, & 30 &
\end{array}
$$

Iniciamos colocando o 2 na coluna da direita, já que é o menor primo possível que divide os números.

$$
\begin{array}{ccc|c}
12, & 20, & 30 & 2 \\
6, & 10, & 15 &
\end{array}
$$

Como ainda temos números pares à esquerda da linha, novamente colocamos o 2 como fator primo:

$$\begin{array}{ccc|c} 12, & 20, & 30 & 2 \\ 6, & 10, & 15 & 2 \\ 3, & 5 & 15 & \end{array}$$

Agora todos os termos são ímpares. Não podemos mais dividir nenhum deles por 2. Assim, o menor primo que pode ser colocado na coluna da direita de modo a dividir pelo menos um deles é o 3.

$$\begin{array}{ccc|c} 12, & 20, & 30 & 2 \\ 6, & 10, & 15 & 2 \\ 3, & 5, & 15 & 3 \\ 1, & 5, & 5 & \end{array}$$

Agora, quase chegando ao fim, colocamos o 5 na coluna da direita para que todos os números cheguem, finalmente, a 1.

$$\begin{array}{ccc|c} 12, & 20, & 30 & 2 \\ 6, & 10, & 15 & 2 \\ 3, & 5, & 15 & 3 \\ 1, & 5, & 5 & 5 \\ 1, & 1, & 1 & \end{array}$$

Ordenando os fatores primos e montando os produtos, temos:

$$\begin{array}{ccc|l} 12, & 20, & 30 & 2 \\ 6, & 10, & 15 & 2 \\ 3, & 5, & 15 & 3 \\ 1, & 5, & 5 & 5 \\ 1, & 1, & 1 & \mathbf{2x2x3x5 = 2^2x3x5} \end{array}$$

Resolvendo o produto:

$$\underbrace{2x2}x3x5$$
$$\underbrace{4x3}x5$$
$$\underbrace{12x5}$$
$$60$$

Portanto, o MMC (12, 20, 30) = 60.

Hora do Macete!!!

Agora se ligue!!! Não convém utilizar a fatoração simultânea pra encontrar o MMC entre dois ou mais números todas as vezes que precisarmos encontrar o MMC! Devemos ter esse recurso e utilizá-lo sempre que for necessário. Mas, no geral, já dissemos que é possível encontrar o MMC mentalmente apenas com seu conhecimento de tabuada. E isso é muito mais rápido e pode nos poupar tempo na resolução das questões. Vamos ver como podemos fazer isso com alguns exemplos.

Exemplo 10: Encontre, mentalmente, o MMC (4,5).

Resolução: Para encontrar o MMC mentalmente fazemos o seguinte: tomamos o maior dos números que estão sendo analisados (aqui, no caso, é o 5) e pensamos no conjunto dos seus múltiplos, iniciando pela multiplicação dele por 1, depois por 2, depois por 3, e assim por diante. Sempre que encontrarmos um novo múltiplo, devemos pensar se ele é também múltiplo dos demais números que estão sendo analisados. O primeiro número que for múltiplo de todo o conjunto analisado, é o MMC entre eles. Veja como fica na tabela abaixo:

5 x 1 = **5**	O produto (resultado) 5 não é múltiplo de 4, pois não está na tabuada do 4. Portanto, não é o MMC.
5 x 2 = **10**	O produto 10 não é múltiplo de 4, pois não está na tabuada do 4. Portanto, não é o MMC.
5 x 3 = **15**	O produto 15 não é múltiplo de 4, pois não está na tabuada do 4. Portanto, não é o MMC.
5 x 4 = **20**	O produto 20 é múltiplo também de 4, pois está na tabuada do 4. 4x5 = 20. Portanto, 20 é o MMC

Assim, MMC (4,5) = 20. Obviamente a ideia é fazer isso mentalmente. Conforme vamos pegando prática, esse processo fica bem fácil e nos ajuda a ganhar muito tempo na resolução das questões! Vale a pena treinar!

Exemplo 11: Encontre, mentalmente, o MMC (2, 4, 9).

Resolução: Tomando o maior dos números analisados (o 9) e montando o conjunto dos seus múltiplos, podemos fazer a análise:

9 x 1 = **9**	O produto (resultado) 9 não é múltiplo de 2 e nem de 4, pois não está na tabuada do 2 e nem na do 4. Portanto, não é o MMC.
9 x 2 = **18**	O produto 18, é múltiplo de 2, pois está na tabuada do 2, mas não é múltiplo de 4, pois não está na tabuada do 4. Portanto, não é o MMC.
9 x 3 = **27**	O produto 27 não é múltiplo de 2 e nem de 4, pois não está na tabuada do 2 e nem na do 4. Portanto, não é o MMC.
9 x 4 = **36**	O produto 36 é múltiplo de 2 e de 4. Ele é múltiplo de 2, pois é um número par, e é múltiplo também de 4, pois está na tabuada do 4: 4x9 = 36. Portanto, 36 é o MMC.

Assim, MMC (2, 4, 9) = 36.

Exemplo 12: Encontre, mentalmente, o MMC (3, 6).

Resolução: Tomando o maior dos números analisados (o 6, nesse caso) e montando o conjunto dos seus múltiplos, podemos fazer a análise:

6 x 1 = **6**	O produto (resultado) 6 é múltiplo de 3 também, pois está na tabuada do 3: 3x2 = 6. Logo, 6 é o MMC.

Logo, o MMC (3, 6) = 6. **Observe que quando o maior número for múltiplo dos demais números analisados, ele mesmo será o MMC. Fica muito fácil!** Treine e tente utilizar esse macete para cálculo mental sempre que estiver trabalhando com números pequenos, em geral, menores do que 20. Caso você não consiga encontrar O MMC mentalmente, aí utilize a fatoração simultânea, pois ela irá funcionar em quaisquer casos.

Máximo Divisor Comum (MDC)

Vamos relembrar que divisor de um número natural é um número natural qualquer pelo qual se consiga dividir o primeiro número natural de modo que a divisão seja exata. Por exemplo, vamos escrever o conjunto dos divisores de 8:

D(8) = {1, 2, 4, 8}

Os números 1, 2, 4 e 8 são divisores de 8 porque, se dividirmos o 8 por qualquer um deles, a divisão será exata, ou seja, o resto da divisão será 0.

E divisor comum, o que é? Pela mesma ideia de múltiplo comum, sabemos que divisor comum entre dois ou mais números é um número pelo qual é possível dividir esses números de maneira exata. Para exemplificar, vamos escrever os conjuntos dos divisores de 10 e de 15.

D(10) = {1, 2, 5, 10}

D(15) = {1, 3, 5, 15}

Agora vamos analisar: Quais são os divisores comuns entre 10 e 15? Colocando os elementos comuns em destaque, temos:

D(10) = {**1**, 2, **5**, 10}

D(15) = {**1**, 3, **5**, 15}

Chamando o conjunto dos divisores comuns entre 10 e 15 de D(10) ∩ D(15), temos:

D(10) ∩ D(15) = {1, 5}

O Máximo Divisor Comum (MDC) é o maior dos divisores comuns entre dois ou mais números. No caso do 10 e do 15, o MDC entre eles, como podemos ver no conjunto dos divisores comuns, é 5.

No entanto, para não precisarmos montar sempre todo o conjunto dos divisores de cada número, podemos encontrar o MDC também por fatoração simultânea. Fatoramos os números simultaneamente, igualmente fazíamos para encontrar o MMC. Mas agora, devemos colocar em destaque aqueles fatores primos que dividem todos os números do conjunto que estão sendo fatorados. Para isso, utilizamos um asterisco. Veja como fica nos exemplos que se seguem.

Exemplo 13: Calcule, por fatoração simultânea, o MDC (10, 15).

Resolução: Montando o esquema para fatoração simultânea, temos:

$$\begin{array}{cc|c} 10, & 15 & \\ & & \\ & & \end{array}$$

Iniciamos a fatoração colocando o número 2 na coluna da direita, já que o 10 é par.

$$\begin{array}{cc|c} 10, & 15 & 2 \\ 5, & 15 & \\ & & \end{array}$$

O próximo número é o 3, pois 15 é divisível por 3:

$$\begin{array}{cc|c} 10, & 15 & 2 \\ 5, & 15 & 3 \\ 5, & 5 & \end{array}$$

Agora, o próximo número é o 5. **Mas agora tem um detalhe: o 5 divide todos os números que estão à esquerda da coluna. Quando isso acontece, no cálculo do MDC, devemos colocar um asterisco ao lado desse número. No final, o MDC será o produto dos números que foram marcados com um asterisco. Veja:**

$$\begin{array}{cc|c} 10, & 15 & 2 \\ 5, & 15 & 3 \\ 5, & 5 & 5^* \\ 1, & 1 & \end{array}$$

Por fim, todos os números chegaram a 1. Agora, para encontrarmos o MDC, conforme foi dito, basta multiplicar os números que tem um asterisco ao lado.

$$\begin{array}{cc|c} 10, & 15 & 2 \\ 5, & 15 & 3 \\ 5, & 5 & 5^* \\ \cline{3-3} 1, & 1 & 5 \end{array}$$

Como o único número é o 5, então o MDC é 5, conforme já havíamos previsto antes.

$$\text{MDC } (10, 15) = 5$$

Vamos frisar aqui ainda um detalhe: Caso nenhum número receba asterisco no momento da fatoração, então o MDC entre eles é 1, pois já sabemos que 1 é divisor de qualquer número!

Exemplo 14: Calcule o MDC entre 45, 105 e 135.

Resolução: Montando as colunas para fatoração:

$$\begin{array}{ccc|c} 45, & 105, & 135 & \\ & & & \end{array}$$

Os três números são ímpares, portanto não são divisíveis por 2. Agora, se somarmos os algarismos de cada um deles, notamos que as somas dos três são divisíveis por 3.

$$4+5=9$$
$$1+0+5=6$$
$$1+3+5=9$$

Assim, iniciamos a fatoração colocando o 3 na coluna da direita. Observe que o 3 divide todos os números que estão na coluna da esquerda. Portanto, colocamos um asterisco nele.

$$\begin{array}{ccc|c} 45, & 105, & 135 & 3^* \\ 15, & 35, & 45 & \end{array}$$

Notamos, aqui, que dois dos números ainda são divisíveis por 3: o 15 e o 45. No entanto, o 35 não é. Portanto, continuamos a fatoração colocando o número 3 na coluna da direita, mas, dessa vez, sem o asterisco.

$$\begin{array}{ccc|c} 45, & 105, & 135 & 3^* \\ 15, & 35, & 45 & 3 \\ 5, & 35, & 15 & \end{array}$$

O 15 ainda é divisível por 3, portanto, colocamos o 3 novamente na coluna da direita, dividimos o 15 e repetimos os demais números da coluna da esquerda.

$$\begin{array}{ccc|c} 45, & 105, & 135 & 3^* \\ 15, & 35, & 45 & 3 \\ 5, & 35, & 15 & 3 \\ 5, & 35, & 5 & \end{array}$$

Agora, o fator primo que deverá ir na coluna da direita é o 5, já que é o menor primo que divide todos os números que estão à esquerda. Observe, agora, que o 5 é divisor de todos os números que estão à esquerda. Portanto, o 5 recebe um asterisco.

45,	105,	135	3*
15,	35,	45	3
5,	35,	15	3
5,	35,	5	**5***
1,	**7,**	**1**	

Dois dos três números chegaram a 1. Falta somente o 7. Observe que, caso não quiséssemos, nem precisaríamos continuar a fatoração, já que dois dos números já chegaram a 1. Na verdade se apenas um deles chegar a 1, não precisamos mais continuar a fatoração, pois quando um deles chega a 1 não haverá mais nenhum número que irá dividir simultaneamente os três e ganhar asterisco. **No entanto, perceba que isso só é válido para o cálculo do MDC! No calculo do MMC devemos fatorar até que todos os números cheguem a 1.** No entanto, vamos terminar a fatoração, já que só está faltando o 7.

45,	105,	135	3*
15,	35,	45	3
5,	35,	15	3
5,	35,	5	5*
1,	7,	1	**7**
1,	**1,**	**1,**	

Agora, para encontrar o MDC:

45,	105,	135	3*
15,	35,	45	3
5,	35,	15	3
5,	35,	5	5*
1,	7,	1	7
1,	1,	1,	3x5

3x5 = 15

Portanto, o MDC (45, 105, 135) = 15.

Observe que também é possível encontrar o MDC mentalmente, pensando-se nos divisores dos números dados mentalmente e analisando qual é o maior possível. No entanto, como geralmente para cálculo de MDC trabalhamos com números maiores, é melhor e mais segura trabalhar com a fatoração simultânea.

MMC e MDC de Números Grandes

Em alguns problemas é necessário efetuar o cálculo de MMC ou MDC de números bastante grandes, e isso acaba se tornando bastante trabalhoso de ser feito. No entanto, existe um macetinho bem prático que podemos utilizar apara resolver esse tipo de problema de maneira muito mais rápida.

Hora do Macete

Para calcular MMC ou MDC de números muito grandes, antes de efetuar a fatoração é possível dividi-los por quaisquer números (dividir todos os números dos quais se quer tirar o MMC ou MDC) a fim de torná-los menores. O único critério é que, ao efetuar essa divisão, todos os números devem ser divididos pelo mesmo número. Na sequência, efetuamos os cálculos de MMC ou MDC com os resultados obtidos (após a divisão) e depois multiplicamos os valores de MMC ou MDC obtidos pelos números os quais dividimos os valores iniciais. Vamos ver um exemplo para esclarecer isso.

Exemplo 15: Calcule o MMC e o MDC entre 800 e 3600.

Resolução: Os números dados são bastante grandes, mas observe que os dois são múltiplos de 100. Assim, podemos dividi-los por 100 a fim de tornar o cálculo mais simples (basta cortar os zeros).

3600, 800 |

$3600 \div 100 = 36$
$800 \div 100 = 8$

36, 8 |

Agora calculamos o MMC e o MDC entre 36 e 8, que é muito mais simples. Vamos aproveitar a mesma fatoração para efetuar os dois cálculos, colocando os asteriscos nos fatores que dividirem tanto o 36 quanto o 8.

36,	8	2*
18,	4	2*
9,	2	2
9,	1	3
3,	1	3
1,	1	MMC = 2x2x2x3x3 = 72
1,	1	MDC = 2x2 = 4

Descobrimos, assim, que MMC (36, 8) = 72 e MDC (36, 8) = 4. Agora, para encontrar o MMC e o MDC entre 3600 e 800, basta multiplicar os valores encontrados por 100, já que inicialmente havíamos dividido o 3600 e o 800 por 100.

MMC (3600, 800) = 72x100 = 7200
MDC (3600, 800) = 4x100 = 400

Esse macete é bastante útil sempre que tivermos trabalhando com números grandes, pois facilita bastante os cálculos. Caso necessário, é possível ainda dividir os números iniciais por quaisquer números por mais de uma vez, desde que, ao final, sejam efetuas as operações de multiplicação com os valores encontrados.

Hora do Exercício – Parte 4

1- Calcule mentalmente o MMC dos números abaixo (não é permitido efetuar a fatoração! Utilize somente seus conhecimentos de tabuada).

a) MMC (2, 4) =	b) MMC (2, 5) =	c) MMC (2,3) =
d) MMC (3, 7) =	e) MMC (5,4) =	f) MMC (4,8) =
g) MMC (3,5) =	h) MMC (2, 9) =	i) MMC (5, 10) =
j) MMC (2, 3, 4) =	k) MMC (3, 5, 15) =	l) MMC (2, 7, 14) =

2- Calcule, por fatoração simultânea, os MMC's pedidos (Dica: para números grandes, utilize o macetinho aprendido nessa aula)

a) MMC (10, 15) =	b) MMC (12, 15) =
c) MMC (8, 15) =	d) MMC (15, 18) =
e) MMC (16, 24) =	f) MMC (15, 25) =

g) MMC (21, 30) =	h) MMC (18, 24) =
i) MMC (12, 18) =	j) MMC (25, 35) =
k) MMC (240, 300) =	l) MMC (300, 400) =

3- Calcule os MDC's pedidos por fatoração simultânea (Dica: para números grandes, use o macetinho aprendido nessa aula).

a) MDC (15, 20) =	b) MDC (10, 30) =

c) MDC (15, 18) =	d) MDC (21, 24) =
e) MDC (27, 81) =	f) MDC (42, 64) =
g) MDC (36, 45) =	h) MDC (42, 70) =
i) MDC (60, 84) =	j) MDC (48, 90) =

k) MDC (900, 1400) =	l) MDC (1020, 1480) =

Problemas com MMC e MDC

Problemas envolvendo MMC e MDC são cobrados regularmente nos Colégios Militares e precisamos compreender a essência deles.

Em geral, problemas que envolvem encontros de eventos que se repetem regular e repetitivamente são problemas que envolvem múltiplos comuns ou Mínimo Múltiplo Comum.

Já problemas que pedem para dividir duas ou mais partes maiores em várias partes menores de modo a se obter o maior quociente possível na divisão e não sobrar resto, são problemas que tratam de Máximo Divisor Comum. Acompanhe alguns exemplos para você compreender melhor.

Exemplo 16: Uma árvore de natal possui luzes vermelhas e amarelas. As luzes vermelhas piscam de 5 em 5 segundos, e as luzes amarelas, de 6 em 6 segundos. Supondo que as duas luzes foram ligadas ao mesmo tempo, após quantos segundos as duas lâmpadas irão piscar juntas pela primeira vez? E pela segunda vez?

Resolução: Observe: As luzes vermelhas piscam de 5 em 5 segundos. Logo, elas irão piscar em todos os números que forem múltiplos de 5. Assim, as luzes piscarão em:

Vermelhas piscarão: 5 segundos, 10 segundos, 15 segundos...

Já as luzes amarelas, piscarão de 6 em 6 segundos. Logo, elas irão piscar em todos os números que forem múltiplos de 6. Portanto:

Amarelas piscarão: 6 segundos, 12, segundos, 18 segundos...

As luzes vermelhas estão piscando em números múltiplos de 5. As luzes amarelas, em números múltiplos de 6. O primeiro "encontro" das luzes, ou seja, o momento em que elas piscarão juntas pela primeira vez, será no primeiro múltiplo comum entre os intervalos de tempo em que elas estão piscando. E o primeiro múltiplo comum, nada mais é do que o Mínimo Múltiplo Comum. Assim, precisamos apenas calcular o MMC (5, 6). Podemos utilizar a fatoração simultânea, ou calcularmos mentalmente. Aqui, utilizaremos o cálculo mental. Pensando nos múltiplos de 6, temos:

$$M(6) = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...\}$$

O primeiro múltiplo de 6 que também é múltiplo de 5 é o 30. Portanto, o MMC (5, 6) = 30. Assim, concluímos que as luzes piscarão pela primeira vez juntas após 30 segundos.

Agora, quando elas irão piscar juntas pela segunda vez?
Sabemos que as lâmpadas piscam juntas pela primeira vez aos 30 segundos. No tempo de 30 segundos, todo o ciclo de múltiplos começará a se repetir para cada uma das lâmpadas até que elas se acendam juntas novamente. Observe:

$$M(5) = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, \mathbf{30}, 35, 40, 45, 50, 55, \mathbf{60}, 65, 70, 75, 80, 85, \mathbf{90}, ...\}$$

$$M(6) = \{0, 6, 12, 18, 24, \mathbf{30}, 36, 42, 48, 54, \mathbf{60}, 66, 72, 78, 84, \mathbf{90}, ...\}$$

Assim sendo, quando as lâmpadas piscam juntas, é como se a contagem "voltasse ao zero". O mesmo período de tempo que elas levaram para acender juntas a primeira vez elas irão levar para piscarem juntas novamente. Assim, O MMC entre os tempos em que elas piscam, além de ser o intervalo de tempo no qual elas piscarão juntas pela primeira vez, também é o intervalo de tempo no qual elas piscarão juntas novamente após terem piscado juntas. Assim, observe que se fizermos 30x2, teremos o tempo no qual as lâmpadas piscam juntas pela segunda vez. Se fizermos 30x3, teremos o tempo no qual as lâmpadas piscam juntas pela terceira vez. Se fizermos 30x4, teremos o tempo no qual as lâmpadas piscam juntas pela quarta vez, e assim sucessivamente. Logo, elas piscam juntas pela segunda vez em:

$$30 \times 2 = 60 \text{ segundos}$$

Exemplo 17: Um marceneiro deseja dividir duas ripas de madeira, a primeira com 35 metros, e a segunda com 42 metros, em vários pedaços de iguais tamanhos, de modo que cada um desses pedaços seja o maior possível. Qual é o tamanho, em metros, de cada um desses pedaços, e quantos pedaços serão conseguidos ao final?

Resolução: A princípio pode parecer um problema difícil de entender, mas vamos interpretá-lo. Temos dois pedaços de madeira, um com 35 metros, e outro com 42 metros.

Agora, queremos dividir cada uma dessas ripas em pedaços de tamanhos iguais. **Observe que o problema não disse, mas sempre ficará subentendido que, quando dividirmos, não queremos que sobre nenhum pedaço de madeira!** Ou seja, O tamanho de cada pedaço deve ser um divisor de 35 e 42.
Vamos fazer algumas suposições agora pra você compreender melhor: Se escolher dividir as ripas em pedaços de 5 metros, a primeira poderia ser dividida sem que sobrasse nenhum pedaço, já que $35 \div 5 = 7$. Assim, obteríamos 7 pedaços de ripa. Agora, não seria possível dividir a segunda ripa em pedaços de 5 metros, pois a divisão $42 \div 5$ não é uma divisão exata; sobraria um pedaço da ripa.
Logo, precisamos dividir as duas ripas por um número que seja um **divisor comum** de 35 e 42. E, além disso, **queremos que o tamanho de cada pedaço seja o maior possível!** Portanto, precisamos encontrar o Máximo Divisor Comum entre 35 e 42. Calculando então o MDC (35, 42) por fatoração simultânea:

35,	42	2
35,	21	3
35,	7	5
7,	7	7*
1,	1	7

Assim, concluímos que o maior pedaço que podemos dividir as ripas, sem que sobre nada nas duas, é de 7 metros. Veja no esquema como ficaria isso:

35 metros

42 metros

Agora, para encontrar quando pedaços conseguimos, podemos somar o tamanho total das duas ripas e dividi-las pelo tamanho de cada pedaço.

$$35 + 42 = 77 \text{ metros}$$

Agora, dividindo os 77 metros de ripa, que é o total, pelo tamanho de cada ripa, que é 7 metros, chegamos número de pedaços obtidos.

$$\begin{array}{rr|l} 7 & 7 & 7 \\ \cline{3-3} -7 & & 1\ 1 \\ \cline{1-1} 0 & 7 & \\ - & 7 & \\ \cline{1-2} & 0 & \end{array}$$

Portanto, o número de pedaços obtidos é 11. **Observe ainda que quando dividimos as ripas em pedaços com os maiores comprimentos possíveis, obtemos, por consequência, o menor número de pedaços possível. Isso porque quanto maior for o tamanho de cada pedaço, menor será o número de pedaços obtidos ao cortar a ripa. Os problemas de MDC também podem aparecer com essa abordagem, se ligue!**

Os desenhos das ripas e suas divisões foram feitas para facilitar na compreensão e entendimento do problema. No entanto, caso você consiga interpretar o problema corretamente, não há necessidade de efetuar esses desenhos, mas sim, apenas, efetuar os cálculos de maneira correta.

Hora do Exercício – Parte 5

1- Resolva os problemas.

a) Uma árvore de natal tem luzes verdes e brancas. As luzes verdes se acendem de 3 em 3 segundos, e as luzes brancas, de 5 em 5 segundos. Se as luzes forem ligadas juntas, após quanto tempo elas irão se acender juntas novamente?

b) Um marceneiro deseja dividir duas ripas em tamanhos iguais. Uma delas tem 25 metros de comprimento, e a outra, 35 metros. Qual é, em metros, o maior tamanho de ripa que esse marceneiro pode cortar essas ripas?

c) Betinho fica doente, e sua mãe decide levá-lo ao médico. Chegando lá, o médico receita a Betinho um anti-inflamatório e um antibiótico. O anti-inflamatório deverá ser tomado a cada 3 horas, enquanto o antibiótico, a cada 4 horas. Se Betinho começou a tomar os dois remédios juntos, após quanto tempo Betinho irá tomar, pela primeira vez, os dois remédios juntos novamente?

d) Roberta é costureira e possui dois tecidos para confeccionar suas roupas. Um deles mede 54 metros, e o outro, 62 metros. Ela decide, então, dividir esses tecidos em vários pedaços, de modo que, após a divisão, esses tecidos tenham o maior tamanho possível. Qual será o tamanho de cada pedaço?

e) Rogerio avista, no alto de uma torre, três lâmpadas piscando com cores diferentes: uma azul, outra vermelha e outra roxa. A lâmpada azul pisca de 2 em 2 segundos, a lâmpada vermelha pisca de 5 em 5 segundos, e a lâmpada roxa de 7 em 7 segundos. Se num determinado instante Rogerio percebeu que as três lâmpadas piscaram juntas, após quantos segundos elas piscarão juntas novamente?

f) O professor de educação física de uma escola decide fazer uma gincana com seus alunos. Para isso, necessita dividir os alunos em equipes com iguais números de integrantes, de modo que cada equipe tenha somente meninos ou somente meninas. Sabendo-se que nessa turma existem 18 meninos e 24 meninas, qual é o máximo número de integrantes por equipe que podem ser formadas?

g) Três amigos, representantes comerciais, estão sempre viajando a trabalho. Rogerio vem à Curitiba de 3 em 3 dias, Alceu, de 5 em 5 dias, e Felipe, de 10 em 10 dias. Sempre que os três estão em Curitiba no mesmo dia eles se reúnem para almoçar juntos. Sabendo-se que eles almoçaram juntos hoje, daqui a quantos dias eles almoçarão juntos novamente?

h) Roberto comprou duas barras grande de chocolate: uma de chocolate preto e uma de chocolate branco. Uma delas tem 36 tabletes, e a outra, 42 tabletes. Roberto quer dividi-las em grupos de tabletes para comer, nos próximos dias, somente um grupo a cada dia. Ele deseja efetuar essa divisão de modo que em cada grupo tenham somente tabletes da mesma cor e, além disso, ele também quer que cada grupo tenha o maior número de tabletes possível. Assim sendo, quantos tabletes terá cada grupo?

2- Resolva os seguintes problemas.

a) Zézinho vai à feira com sua mãe de 8 em 8 dias, e vai passear com seu pai de 12 em 12 dias. Sabendo-se que no dia de hoje Zézinho foi à feira com sua mãe e passeou com seu pai, daqui a quantos dias ele irá à feira com sua mãe e passear com seu pai no mesmo dia novamente pela primeira vez? E pela segunda vez?

b) Um gerente dispõe, em sua empresa, de 36 engenheiros e 54 programadores. Se ele deseja dividir os engenheiros e os programadores em equipes deixando em cada equipe somente um tipo de profissional, e ainda de modo a formar o menor número de equipes possível, quantas equipes esse gerente deverá formar?

c) Um cometa passa pela Terra de 20 em 20 anos, e outro cometa, de 35 em 35 anos. Se no ano 2000 os dois cometas passaram juntos pela Terra, em que ano eles passarão juntos novamente?

d) A professora Silvia possui duas caixas de livros: uma de literatura, com 64 livros, e uma de gramática, com 82 livros. A professora Silvia decide dividir os livros contidos em cada uma das caixas em grupos menores com iguais números de livros, colocando-os em caixas menores, de modo que o número de caixas necessárias seja o menor possível e juntando livros de mesmo assunto em caixas diferentes. Quantas caixas a professora Silvia precisará para isso?

e) Paulo tem em sua casa muitas árvores frutíferas. Paulo percebe que a cada 5 dias um passarinho verde desce em seu quintal para se alimentar dessas frutas, um passarinho azul desce de 8 em 8 dias para se alimentar dessas frutas, e um passarinho cinza desce de 12 em 12 dias pra se alimentar dessas frutas. Se no dia de hoje os três passarinhos desceram para se alimentar, daqui a quantos dias esses passarinhos descerão no mesmo dia pela segunda vez?

f) Num determinado ano de campanha política três partidos políticos tiveram direito a três diferentes tempos totais para aparição diária na televisão em rede nacional: O partido A, 30 segundos, o partido B, 40 segundos, e o partido C, 60 segundos. Sabendo-se que esses tempos foram divididos em intervalos iguais para os três partidos, e que cada intervalo tem o maior tempo possível, qual é o número de aparições diárias do partido C?

g) Dois atletas correm em torno de uma pista circular com 20 metros de raio. Um deles completa uma volta em 20 segundos, e o outro, em 25 segundos. Sabendo-se que os dois largaram juntos, após quantos segundos eles passarão juntos pela linha de chegada se continuarem no mesmo ritmo?

h) Marta vai ao mercado e leva seu filho Jorge. Chegando lá, Jorge pede pra sua mãe pra comprar dois pacotes de bombons. Sua mãe autoriza. Jorge compra então um pacote de bombons de chocolate preto, que contém 50 bombons, e um pacote de bombons de chocolate branco, que contém 45 bombons. Chegando em casa, Jorge decide dividir esses bombons em grupos com iguais números de bombons para comer nos dias seguintes, de modo ainda a comer o maior número de bombons por dia. Sabendo-se que cada grupo deverá ter apenas bombons de chocolate branco ou preto, e que Jorge comerá somente um grupo de bombons por dia, quantos dias Jorge levará para acabar com esses bombons?

Treinando para os Concursos!

1- (CMC – 2011) Assinale a sequência de números que é formada apenas por números primos:

a) 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13.
b) 3, 5, 7, 9, 11, 13, 19, 21.
c) 0, 1, 2, 7, 11, 13, 19, 23.
d) 2, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.
e) 1, 2, 3, 5, 13, 19, 27, 31.

2- (CMF – 2020) Considere um numeral com seis algarismos distintos. Sabe-se que:

- Se eliminarmos os algarismos que ocupam a 1ª, a 3ª e a 5ª ordem, os algarismos do numeral formado estarão em ordem crescente.
- Os algarismos que ocupam a classe das Unidades Simples formam um numeral maior do que o numeral formado pelos algarismos que ocupam a classe dos Milhares.
- Se multiplicarmos esse numeral por 2, o produto é um numeral com o mesmo número de ordens.
- Os algarismos que ocupam a 1ª, 3ª e a 5ª ordem formam um numeral divisível por 3.

Com base nessas informações, assinale a opção que indique corretamente esse numeral:

a) 148.593
b) 203.148
c) 306.985
d) 436.728
e) 516.870

3- (CPM - 2018) Roberta quer colocar 685 balas em saquinhos, todos com a mesma quantidade de balas, para distribuí-los às crianças carentes no Dia das Crianças. Sabe-se que com essa quantidade de balas Roberta conseguiu montar 137 saquinhos. De acordo com as informações, é correto afirmar que:

I. Cada saquinho contém 5 balas.
II. 685 é múltiplo de 5.
III. 685 é divisível por 3 e por 5.
IV. 685 não é divisível por 3 e, mas é divisível por 5.
V. Cada saquinho ficou com 5 balas e sobraram 2 balas.

A sequência que apresenta as afirmativas verdadeiras é:
a) I, II, IV e V
b) I, II e IV
c) I, III e IV
d) I, II e V

Leia o texto (adaptado) a seguir para responder à próxima questão.

Minecraft é um jogo eletrônico o qual permite aos jogadores construir um mundo, onde as paisagens e a maioria dos objetos são compostos por blocos (cubos). Podem ser construídas casas pequenas, castelos e até cidades inteiras. É uma espécie de *Lego* virtual.

A primeira versão desse jogo, criado por Markus "Notch" Persson, foi lançada em 2009. Após a versão beta ter sido lançada, mais de 11 milhões de usuários se cadastraram no site oficial do jogo, dos quais 2.750.000 compraram o jogo. Mesmo com tal sucesso, a produtora Mojang vendeu esse jogo para a *Microsoft*, em 2014, por 2,5 bilhões de dólares.

4- (CMB - 2019) Supondo que exatamente 11 milhões de usuários tenham se cadastrado no site oficial, a quantidade de pessoas que compraram o jogo *Minecraft* representa um número
a) Cujo dobro é 5.400.000.
b) Divisível por 2, 5 e 55.
c) Três vezes menor que 8.400.000.
d) Cujo algarismos 2 ocupa a 8ª ordem.
e) Cujo algarismo 5 representa a centena de milhar.

5- (CMBH - 2020) Alan turing foi um matemático inglês que viveu entre as décadas de **1910** e **1950**. Ele é considerado o pai da computação, sendo um dos primeiros a pensar na possibilidade de uma máquina se tornar inteligente.

Sua trajetória de sucesso começou durante a **II** Guerra Mundial, quando trabalhou para a inteligência britânica num centro especializado em quebra de códigos. O matemático desenvolveu um sistema para traduzir os textos secretos dos alemães, gerados por máquinas de criptografia chamadas de “Enigma”. Este sistema traduzia comunicações codificadas pela Enigma, transformando-as em uma mensagem verdadeira e compreensível.

Para comemorar o centenário do grande matemático Alan Turing, uma escola propôs um desafio para seus alunos: desvendar a senha de **8** dígitos para acessar um computador. A senha teria que ser formada por **algarismos distintos**, escolhidos dentre os algarismos **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**. A turma que primeiro descobrisse a senha iria ganhar uma excursão para conhecer a Gruta Rei do Mato, em Sete Lagoas - MG.

Foram fornecidas as seguintes dicas:

- o algarismo das unidades é **primo**;
- o algarismo das dezenas de milhão **não é primo;**
- o algarismo das dezenas simples é o resultado de $\mathbf{8 - 4 \times 2}$;
- o algarismo das centenas simples é **primo** e **par**;
- o algarismo das dezenas de milhar é um número **ímpar**, igual ao triplo de um número **primo**;
- o algarismo das centenas de milhar é divisível por **2** e por **3**;
- o algarismo das unidades de milhar é divisor de **21**.

Das cinco possibilidades de senha listadas abaixo, a que obedece a todas as informações dadas é:

a) **8 6 3 9 7 2 0 5.**
b) **1 9 6 3 7 4 8 5.**
c) **8 3 6 9 1 2 0 7.**
d) **4 3 6 9 1 2 8 5.**
e) **4 6 3 9 1 2 8 7.**

6- (CPM - 2015) São dados os números 2700 e 360. A diferença entre o MMC e o MDC desses números é:

a) 4420
b) 4840
c) 5220
d) 5200

7- (CMR - 2019) Um aluno do CMR, construiu uma tabela com cinco colunas e várias linhas os 100 primeiros números múltiplos de 3 (três) conforme Tabela 01 abaixo.

3	6	9	12	15
18	21	24	27	30
33	36	39	42	45
48	51	54	57	60
63	......	......	......	.....
......	......	....	......	......
......	......	......	......	300

Tabela 01

Ao recortar uma das linhas da tabela, alguns números dessa linha foram apagados. Qual das linhas abaixo foi a linha recortada?

a)	76			87	
b)		80			90
c)			109		115
d)		261		267	
e)		290			300

8- (CMR - 2019) Um professor dividiu os alunos de sua turma em 2 (dois) grupos para um trabalho de pesquisa. Um grupo foi composto por 42 alunos para trabalho de pesquisa de campo, e outro grupo foi composto por 18 alunos para pesquisa em laboratório. Cada grupo deve ser distribuído em várias equipes, com a condição de que todas as equipes tenham a mesma quantidade de alunos e também possuam o maior número possível de alunos. Como será feita essa distribuição?

a) 12 equipes de 5 alunos
b) 10 equipes de 6 alunos
c) 5 equipes de 12 alunos
d) 15 equipes de 4 alunos
e) 4 equipes de 15 alunos

9- (CMF – 2020) Um funcionário do CMF fez as seguintes anotações sobre as despesas, no primeiro trimestre de 2019, com a compra de medalhas para as comemorações do centenário CMF, conforme a tabela abaixo:

Janeiro	Fevereiro	Março
R$ 2.143,00	R$ 6.897,00	R$?.586,00

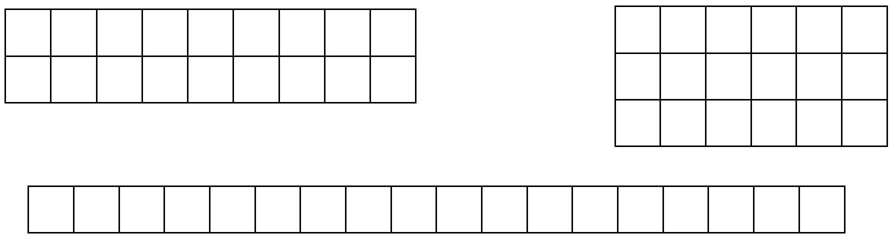
Um pingo de tinta de caneta caiu sobre um algarismo do número que indica a despesa de março, deixando-o ilegível.
Sabendo que a despesa total do trimestre foi paga em 9 (nove) prestações de igual valor, assinale a opção que indique o valor exato de cada prestação:

a) R$ 509,00
b) R$1.069,00
c) R$ 1.514,00
d) R$ 2.023,00
e) R$ 3.092,00

10- (CMC-2010) No Colégio Militar de Curitiba, o professor de História do 9° ano solicitou um trabalho escolar. Certo aluno fez o trabalho com 48 páginas (numeradas de 1 a 48), mas ao ser impresso, apresentou os seguintes problemas: nas páginas 6, 12, 18, ... (múltiplos de 6), o cartucho de tinta vermelha falhou; nas páginas 8, 16, 24, ... (múltiplos de 8), falhou o cartucho de tinta azul. Sabendo-se que em todas as páginas do trabalho eram necessárias as cores vermelha e azul, quantas páginas foram impressas sem falhas?

a) 48
b) 40
c) 36
d) 32
e) 28

11- (CMS - 2017 - ADAPTADA) Com 18 quadradinhos iguais podemos construir os três retângulos diferentes vistos na figura abaixo.



Quantos retângulos diferentes podem ser construídos com 90 quadradinhos iguais?

Obs.: Considere como iguais aqueles retângulos formados pela troca do número de quadradinhos presentes nas linhas e nas colunas. Por exemplo: retângulo formado por 1 quadradinho na linha e 2 quadradinhos na coluna é igual ao retângulo formado por 2 quadradinhos na linha e 1 na coluna.

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

12- (CMRJ - 2019) O Colégio Militar do Rio de Janeiro (CMRJ) promoveu uma campanha junto a seus alunos com o intuito de angariar alimentos não perecíveis e doá-los a instituições assistenciais do bairro da Tijuca e entorno. Ao saber da campanha do colégio, Maria, aluna do 6° ano, prontificou-se a conscientizar todos os demais alunos do CMRJ da importância em se ajudar o próximo. No final da campanha, foram arrecadados 528 kg de açúcar, 240 kg de feijão e 2016 kg de arroz.

Maria, então, sugeriu que esses alimentos fossem acondicionados em cestas e distribuídos de forma que cada cesta tivesse os três alimentos e que as quantidades de alimentos do mesmo tipo fossem as mesmas em todas as cestas. Sabendo que todos os alimentos foram doados de acordo com essa distribuição e o número de cestas era o maior possível, quantos quilos de arroz havia em cada uma das cestas?

a) 11
b) 20
c) 31
d) 42
e) 48

13- (CMF - 2019) Observe a seguinte operação: **A**298 + 5647 - **B**998 = 5947. Sabendo que os algarismos **A**, 5 e **B** são todos distintos (diferentes) entre si e que o número de divisores de **A** é igual à metade de **A**, o valor do dobro de **A** somado com o triplo de **B** é igual a

a) 27
b) 32
c) 33
d) 37
e) 43

14- (CMRJ - 2019) Em um campeonato de tiro ao alvo, Arthur, Bruno e César começaram a atirar juntos, sempre efetuando disparos simultaneamente. Arthur foi o primeiro a acertar um tiro ao alvo, em sua segunda tentativa. Em seguida, Bruno acertou o alvo ao disparar pela terceira vez. Por fim, César consegue acertar no alvo no seu quarto tiro.

Após o primeiro tiro certo no alvo de cada competidor, observou-se o seguinte padrão:

Arthur: 3 tiros errados, seguidos de um tiro certo no alvo.
Bruno: 5 tiros errados, seguidos de um tiro certo no alvo.
César: 7 tiros errados, seguidos de um tiro certo no alvo.

No campeonato, cada competidor disparou 420 tiros. O número de vezes em que os três competidores acertaram, simultaneamente, o alvo é igual a

a) 4
b) 3
c) 2
d) 1
e) 0

15- (CMF - 2020) Os alunos do 6° ano de uma escola resolveram fazer uma apresentação artística durante a Feira Cultural de sua escola. Para isso, eles resolveram se organizar em grupos. Porém, quando eles se dividiam em grupos de 3 alunos, 2 alunos sobravam. Quando eles se dividiam em grupos de 5 alunos, 2 alunos sobravam também.
Como ninguém queria ficar de fora da apresentação, eles resolveram convidar mais alguns colegas de modo que, na hora de formar os grupos, não sobrasse mais ninguém. Independentemente do número de alunos do 6° ano dessa escola, qual o menor número de alunos que eles devem convidar para participar da apresentação a fim de que não sobre ninguém quando da formação dos grupos com 3 ou 5 alunos cada?

a) 13
b) 15
c) 17
d) 30
e) 32

Capítulo 5 – Potenciação e Radiciação com Números Naturais

Potenciação Básica

A operação de potenciação dá a ideia de se multiplicar um mesmo fator várias vezes. Por exemplo, se tomarmos o número 3 e o multiplicarmos por ele mesmo por duas vezes seguidas (dois sinais de multiplicação) temos o seguinte:

$$3x3x3 =$$

Resolvendo em etapas temos:

$$\underbrace{3x3}x3$$

$$\underbrace{9x3}$$

$$27$$

Conforme vemos, o número 3 ao ser multiplicado por duas vezes seguidas se repete **3** vezes. Nesse caso, também podemos escrever essa operação da seguinte forma:

$$3^3 = 3x3x3 = 27$$

Essa operação é chamada de **potenciação** e seus elementos tem os seguintes nomes:

Expoente

$$3^3 = 27$$

Base

Potência

A base é o número que irá ser multiplicado por repetidas vezes. O expoente indica quantas vezes a base irá se repetir, e a potência é o resultado das multiplicações.

Veja como podemos ler essas potências:

Exemplo de potência	Como se lê
3^1	Três elevado à primeira potência ou três à primeira
3^2	Três elevado ao quadrado ou três ao quadrado
3^3	Três elevado ao cubo ou três ao cubo
3^4	Três elevado à quarta potência ou três à quarta
3^5	Três elevado à quinta potência ou três à quinta

Observe que as potências de expoente 2 e 3 recebem nomes especiais. É extremamente importante saber esses nomes, pois os professores se referem a elas muito comumente em suas aulas dessa maneira e as provas dos Colégios Militares também utilizam muito essa abordagem.

Veja agora mais alguns exemplos:

$$4^2 = \underbrace{4x4}$$
$$4^2 = 16$$

$$5^3 = \underbrace{5x5}x5$$
$$5^3 = \underbrace{25x5}$$
$$5^3 = 125$$

$$2^5 = \underbrace{2x2}x2x2x2$$
$$2^5 = \underbrace{4x2}x2x2$$
$$2^5 = \underbrace{8x2}x2$$
$$2^5 = \underbrace{16x2}$$
$$2^5 = 32$$

Veja agora o exemplo de um número qualquer elevado à primeira potência:

$$7^1 = 7$$

Um número qualquer elevado à primeira potência, ou seja, elevado a 1, é igual a ele mesmo. Veja outros exemplos:

$$5^1 = 5$$

$$10^1 = 10$$

$$13^1 = 13$$

Agora **tome muito cuidado!!!** É muito comum os alunos confundirem a potenciação com multiplicação e efetuarem a operação da seguinte maneira:

$$7^2 = \underbrace{7x2}$$
$$7^2 = 14$$

ERRADO!!!

A operação efetuada acima está completamente errada! Cuidado pra não cair nessa armadilha você também! O correto seria:

$$7^2 = \underbrace{7x7}$$
$$7^2 = 49$$

CORRETO!!!

Potências de base 10

As potências de base 10 indicam operações de potenciação que tem como base o número 10. Abaixo temos um exemplo já visto:

$$\mathbf{10^1 = 10}$$

Efetuando as operações para outras potências de 10:

$$10^2 = \underbrace{10\text{x}10}$$

$$\mathbf{10^2 = 100}$$

$$10^3 = \underbrace{10x10}\text{x}10$$

$$10^3 = \underbrace{100\text{x}10}$$

$$\mathbf{10^3 = 1000}$$

Hora do Macete!!!

As potências de base são bastante utilizadas na parte de transformações de unidades, que é um tema que será visto mais adiante. Observe que essas potências, em especial, têm uma peculiaridade que as torna muito fáceis de se trabalhar. Observe:

$$10^{\mathbf{1}} = 1\mathbf{0}$$

Expoente 1: 1 zero na potência

$$10^{\mathbf{2}} = 1\underbrace{\mathbf{00}}$$

Expoente 2: 2 zeros na potência

$$10^{\mathbf{3}} = 1\underbrace{\mathbf{000}}$$

Expoente 3: 3 zeros na potência

$$10^{\mathbf{4}} = 1\underbrace{\mathbf{0000}}$$

Expoente 4: 4 zeros na potência

$$10^{\mathbf{5}} = 1\underbrace{\mathbf{00000}}$$

Expoente 5: 5 zeros na potência

Assim, quando a operação de potenciação tiver como base o número 10, basta colocar na potência o número 1 seguido do algarismo zero repetidas vezes. O número de zeros que haverá após o 1 é igual ao expoente.

Hora do Exercício – Parte 1

1– Escreva as potências como se lê, seguindo os exemplos:

	Potência	**Como se lê**
	5^2	Cinco ao quadrado
	8^3	Oito ao cubo
	7^4	Sete à quarta
a)	4^2	
b)	3^7	
c)	5^3	
d)	2^4	
e)	4^6	
f)	7^5	
g)	9^2	
h)	11^3	
i)	13^1	
j)	15^2	
k)	16^3	
l)	21^6	

2– Calcule o valor das seguintes potências:

a) $5^1 =$	b) $7^2 =$	c) $5^2 =$

d) $4^3 =$	e) $6^2 =$	f) $2^4 =$
g) $3^2 =$	h) $10^2 =$	i) $2^3 =$
j) $7^3 =$	k) $8^2 =$	l) $10^3 =$

Radiciação Básica

Vamos iniciar radiciação com um problema: que número quando elevado ao quadrado resulta em 64?

$$?^2 = 64$$

Se pensarmos um pouco na tabuada, logo percebemos que 8x8 = 64. Como $8x8 = 8^2$, o número que estamos procurando é o 8. Portanto, o número que quando elevado ao quadrado resulta em 64 é o 8.

Mas existe uma maneira específica de representar esse tipo de operação, e nós a chamamos de radiciação. A radiciação é representada matematicamente da seguinte maneira:

$$\sqrt[2]{64} = 8$$

Lemos isso como: A **raiz quadrada** de 64 é igual a 8. Essa operação indica que, quando multiplicamos o 8 por ele mesmo, o resultado é 64. Numa radiciação, cada termo tem um nome específico.

Índice

$$\sqrt[2]{64} = 8$$

Radicando

Radical

Raiz

Podemos ainda escrever a **raiz quadrada** de um número sem representar o índice 2. Caso não apareça índice algum, sempre ficará subentendido que o índice é 2. Logo, estamos tratando de uma raiz quadrada.

$$\sqrt{64} = 8$$

Um outro tipo de radical também bastante utilizado e que é bastante importante pra nós é a **raiz cúbica.** A raiz cúbica corresponde à uma operação de radiciação na qual o índice é 3. Veja um exemplo:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

Essa operação indica que o 2 quando multiplicado entre si repetindo-se **3** vezes resulta no número 8. Matematicamente:

$$\sqrt[3]{8} = 2 \leftrightarrow 2^3 = 8$$

E de fato, se elevarmos 2 ao cubo temos:

$$2^3 = \underbrace{2x2}x2$$

$$2^3 = \underbrace{4x2}$$

$$2^3 = 8$$

A leitura dos radicais então é feita da seguinte maneira:

Exemplo de radical	Como se lê
$\sqrt[2]{16}$ ou $\sqrt{16}$	Raiz quadrada de 16
$\sqrt[3]{27}$	Raiz cúbica de 27
$\sqrt[4]{64}$	Raiz quarta de 64
$\sqrt[5]{32}$	Raiz quinta de 32
$\sqrt[6]{729}$	Raiz sexta de 729

Quadrados Perfeitos e Cubos Perfeitos

Chamamos de quadrados perfeitos aos números que tem raiz quadrada exata. Isso significa que, ao calcular a raiz desse número, ela é um número natural. Por exemplo, sabemos que a raiz quadrada de 81 é 9:

$$\sqrt{81} = 9$$

Logo, podemos dizer que o 81 é um quadrado perfeito. Vários números naturais não têm raízes quadradas exatas, e, portanto, não são quadrados perfeitos. Por exemplo, o número 72:

$$\sqrt{72} = ?$$

Pelos conhecimentos de tabuada não conseguimos saber qual é a raiz quadrada de 72. Na verdade, esse número não pertence ao conjunto dos números naturais e não faz parte do nosso estudo.

Cubos perfeitos levam a mesma ideia dos quadrados perfeitos. Mas, agora, tratamos de um número que possui raiz cúbica exata. Por exemplo, sabemos que a raiz cúbica de 27 é 3, pois $3^3 = 27$.

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

Logo, podemos dizer que o 27 é um cubo perfeito. Em contrapartida, se falarmos na raiz cúbica de 20, não conseguimos, com base nos nossos conhecimentos, encontrar o número que quando se repete numa multiplicação três vezes seguidas resulta em 20.

$$\sqrt[3]{20} = ?$$

Esses casos não fazem parte do nosso estudo e, portanto, não serão abordados.

Encontrando as Raízes por Fatoração

Conseguimos descobrir algumas raízes quadradas e cúbicas exatas somente com nossos conhecimentos de tabuada. Em geral, para números menores do que 100 é fácil.

Mas professor, e se eu quiser calcular a raiz quadrada de um número maior do que 100?

Existe um método prático para isso. Veja o seguinte exemplo:

$$\sqrt{144} = ?$$

Sabemos que a raiz quadrada de 100 é 10. Assim, podemos concluir que a raiz quadrada de 144 seja um número maior do que 10. Mas que número é esse?

Podemos descobri-lo utilizamos o seguinte método prático:

1º: Fatoramos o 144:

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$$

2º: Para cálculo de raízes quadradas, juntamos os **pares** dos fatores primos de modo que cada par equivalerá a um único fator. Veja:

$$
\begin{array}{r|l l}
144 & 2 & \\
72 & 2 & 2 \\
36 & 2 & \\
18 & 2 & 2 \\
9 & 3 & \\
3 & 3 & 3 \\
\cline{2-2}
1 & &
\end{array}
$$

3º: Multiplicamos os fatores formados pelos pares: 2x2x3:

$$2x2x3 = 12$$

Portanto, concluímos que:

$$\sqrt{144} = 12$$

E de fato, multiplicando 12x12 temos como resultado 144.

Para descobrir a raiz cúbica de um número, seguimos a mesma ideia. No entanto, agora, temos uma pequena modificação. Em vez de juntar **pares,** juntamos **trincas.** Vamos calcular a raiz cúbica de 125 para você compreender.

1º: Fatoramos o 125:

$$
\begin{array}{r|l}
125 & 5 \\
25 & 5 \\
5 & 5 \\
1 &
\end{array}
$$

2º: Para o caso de raiz cúbica, juntamos agora as **trincas** (cada repetição tripla do número) em vez dos pares. Fica assim:

$$
\begin{array}{r|l l}
125 & 5 & \\
25 & 5 & 5 \\
5 & 5 & \\
1 & &
\end{array}
$$

3º: Bastaria que multiplicássemos os números obtidos de cada trio. No caso, como só há um número, então ele mesmo é a raiz cúbica de 125: o próprio 5. Assim:

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

De fato, verificando o cálculo, concluímos que $5^3 = 125$.

$$5^3 = \underbrace{5x5}x5$$

$$5^3 = \underbrace{25x5}$$

$$5^3 = 125$$

Vamos a alguns exemplos.

Exemplo 1: Joãozinho, em sua sala de aula na escola, afirma a Marquinhos que $\sqrt[3]{729} > \sqrt{625}$. Verifique se tal afirmação é correta ou incorreta.

Resolução: Precisamos calcular as duas raízes para depois compará-las. Assim, vamos calcular primeiramente $\sqrt[3]{729}$: Iniciamos pela fatoração e, na sequência, juntamos as trincas:

729	3	
243	3	3
81	3	
27	3	
9	3	3
3	3	
1		

Agora, como formamos duas trincas do número 3, basta multiplicar 3x3. Como 3x3 = 9, então:

$$\sqrt[3]{729} = 9$$

Agora vamos calcular a $\sqrt{625}$. Fatorando o 625 e juntando os pares, temos:

625	5	2
125	5	
25	5	2
5	5	
1		

Como juntamos dois pares de número 5, basta multiplicar 5x5. Como 5x5 = 25, então:

$$\sqrt{625} = 25$$

Agora, verificando o problema, Joãozinho disse a Marquinhos que $\sqrt[3]{729} > \sqrt{625}$. Logo, Joãozinho está dizendo que $9 > 25$. Portanto, a afirmação de Joãozinho é incorreta.

Relação entre Potenciação e Radiciação

Assim como adição e subtração, multiplica e divisão, potenciação e radiciação também são operações inversas. Isso significa que a partir de uma podemos chegar à outra. A essas alturas isso já deve ter ficado claro pra você, mas vamos a alguns exemplos:

- ➔ Se $\sqrt{144} = 12$, isso implica que $12^2 = 144$.
- ➔ Se $5^3 = 125$, isso implica que $\sqrt[3]{125} = 5$.
- ➔ Se $\sqrt[4]{256} = 4$, isso implica que $4^4 = 256$.
- ➔ Se $2^6 = 64$, isso implica que $\sqrt[6]{64} = 2$.

Descobrindo com Quantos Zeros Termina o Resultado de um Produto

Para você entender do que trataremos desse tópico, vamos iniciar introduzindo o seguinte exemplo:

Exemplo 2: Multiplicando-se entre si todos os números naturais que vão de 1 até 10, qual é a quantidade de zeros que termina esse produto?

Antes de resolver o exemplo, vamos entender algumas ideias.

Já vimos que ao multiplicar um número natural qualquer por 10 basta acrescentar ao seu final um algarismo zero. Pelo mesmo raciocínio, um número qualquer terá uma quantidade de zeros igual à quantidade de fatores 10 que estiverem presentes em sua decomposição. Mas decompomos, geralmente, os números em fatores primos (fatoração). Portanto, não haverá 10 em sua fatoração, já que 10 não é um número primo. No entanto, lembre-se: 2x5 = 10. Assim, a cada 2x5 que puder ser formado na fatoração de um número é possível concluir que há um algarismo zero ao final dele. Desta forma, o que fazemos é contar quantas vezes o número 2 e o número 5 se repetem na fatoração de um número. Aquele que se repetir menos irá ditar o número de vezes que é possível se obter 10 na decomposição desse número e, portanto, o número de algarismos zero que haverá em seu final.

Para você entender como fazemos isso, vamos à resolução do exemplo dado.

Resolução: é possível resolver esse problema efetuando a multiplicação dos números naturais que vão de 1 a 10 e contando os zeros presentes no resultado. No entanto, esse procedimento será extremamente cansativo e dará uma conta enorme. Portanto, podemos fatorar cada um dos números que compõe esse produto e contar os pares de e 2 e 5 completos que podem ser formados. Veja:

Número	Número fatorado		
10	$2x5$	→	2 se repete 1 vez e 5 se repete 1 vez
9	3^2	→	2 e 5 não aparecem
8	2^3	→	2 se repete 3 vezes
7	7	→	2 e 5 não aparecem
6	$2x3$	→	2 se repete 1 vez
5	5	→	5 se repete 1 vez
4	2^2	→	2 se repete 2 vezes
3	3	→	2 e 5 não aparecem
2	2	→	2 se repete 1 vez
1	1	→	2 e 5 não aparecem

Aqui fatoramos um a um para facilitar o seu entendimento. No entanto, observe que o número 2 somente aparece na fatoração de números pares (lembre-se: um número só pode ser dividido por 2 se ele for par). Da mesma forma, o 5 somente apareceu somente na fatoração dos números terminados em 0 ou em 5 (esse é o critério para que um número possa ser dividido por 5). Poderíamos ter poupado tempo fatorando somente esses números e deixando os demais de fora, já que a fatoração desses demais não nos serviu de nada.
Agora, para saber quantas vezes o número 2 se repete nas fatorações, basta somar todas as vezes em que ele apareceu (está destacado em vermelho na tabela):

$$1 + 3 + 1 + 2 + 1 = 8$$

E para saber quantas vezes o número 5 aparece nas fatorações, basta somar todas as vezes em que ele apareceu (está destacado em azul):

$$1 + 1 = 2$$

Agora observe que como o número 2 apareceu **8** vezes e o número 5 apareceu **2** vezes, somente é possível formar 2 pares de 2x5, já que há somente **2** números 5 para completar os pares. Portanto, o número dado no problema que é o resultado de $1x2x3x4x5x6x7x8x9x10$ possui somente **dois** algarismos zero ao seu final. Se quiser verificar, efetue esse produto em uma calculadora e você chegará ao número 3.628.800, que tem, de fato, exatamente **dois** algarismos zeros em seu final.

Observe ainda o seguinte: se você notar de antemão que haverá muito menos números 5 do que números 2 na fatoração, você precisa somente contar quantas vezes o número 5 irá se repetir, pois, ao final, é o número 5 que irá ditar quantos pares poderão se formar. Isso porque o número 5 se repete menos vezes do que o número 2. Para perceber esse detalhe sutil, basta olharmos para o produto que o problema forneceu e reparar se na sequência há mais múltiplos de 2 ou mais múltiplos de 5. O que tiver menos múltiplos irá ditar se precisamos fatorar os múltiplos de 2 (para contar quantos 2 há na fatoração) ou os múltiplos de 5 (para contar quantos 5 há na fatoração).

Exemplo 3: Efetuando-se o produto de todos os números ímpares menores que 15, quantos zeros terminará o resultado dessa multiplicação?

Resolução: O que o problema está pedindo é o produto de $13x11x9x7x5x3x1$. Observe que todos os números são ímpares e, portanto, não haverá o número 2 na fatoração de nenhum deles (lembre-se que um número somente é divisível por 2 se ele for par). Portanto, no produto não haverá nenhum algarismo zero, não há nem necessidade de efetuar o cálculo. Se quiser confira em uma calculadora, o resultado será 135.135, que de fato, não tem nenhum zero em seu final.

Exemplo 4: Veja a seguinte sequência:

$$1x2,\ 2x3,\ 3x4,\ 4x5,\ 5x6 \ldots\ 9x10$$

Qual é a quantidade de algarismos zero existentes no final do produto de todos os números dessa sequência?

Resolução: É inviável multiplicar todos os números dessa sequência para se chegar ao resultado. A conta será enorme e procedimento extremamente trabalhoso. Devemos recorrer, por isso, à contagem dos pares 2x5 que se completa na fatoração de cada um dos fatores.
Observe que o número 2 estará presente na fatoração dos números que compõe a sequência, já que vários deles são pares. No entanto, o número 5 estará presente em apenas alguns, que são os múltiplos de 5. Fica fácil perceber que os únicos múltiplos de 5 que aparecem na sequência são os seguintes:

$$4x5,\ 5x6 \text{ e } 9x10$$

Eles estão expostos na forma de produto, mas como há 5 ou um múltiplo de 5 presente em cada um dos produtos, eles certamente são múltiplos de 5.

Observe que eles já estão decompostos e podemos notar que, fatorando, o número 5 irá aparecer somente uma vez em cada um deles. Se quiser verificar, observe que o primeiro é $4x5 = 20$, o segundo $5x6 = 30$ e o terceiro $9x10 = 90$. Fatorando-os, chegamos a:

Número	Número fatorado		
20	2^2x5	→	5 se repete 1 vez
30	$2x3x5$	→	5 se repete 1 vez
90	3^2x5	→	5 se repete 1 vez

Computamos somente o número 5, pois já sabemos que ele irá se repetir menos vezes do que o número 2, já que há vários fatores pares em todos os números da sequência dada. Assim, basta somar quantas vezes o número 5 se repete:

$$1 + 1 + 1 = 3$$

Portanto, o resultado do produto dado pelo problema terá apenas 3 algarismos zero em seu final. Se você quiser verificar em uma calculadora, chegará ao número 1.316.818.944.000, que de fato, tem 3 zeros no final.

Hora do Exercício – Parte 2

1- Calcule, apenas com seu conhecimento de tabuada, o valor das seguintes raízes:

a) $\sqrt{25} =$	b) $\sqrt{4} =$	c) $\sqrt[3]{8} =$	d) $\sqrt{36} =$
e) $\sqrt[4]{16} =$	f) $\sqrt{81} =$	g) $\sqrt{64} =$	h) $\sqrt{9} =$
i) $\sqrt{100} =$	j) $\sqrt[3]{27} =$	k) $\sqrt{16} =$	l) $\sqrt{1} =$

2- Calcule, utilizando fatoração se necessário, o valor das seguintes raízes:

a) $\sqrt[3]{64} =$	b) $\sqrt{121} =$	c) $\sqrt{225} =$

d) $\sqrt[3]{125} =$	e) $\sqrt{196} =$	f) $\sqrt{144} =$
g) $\sqrt{324} =$	h) $\sqrt{256} =$	i) $\sqrt[3]{343} =$
j) $\sqrt[3]{512} =$	k) $\sqrt{625} =$	l) $\sqrt{169} =$

3- Dadas as operações das colunas da esquerda, dê a resposta do que se pede na coluna da direita **sem efetuar nenhum cálculo,** apenas sabendo das relações entre potenciação e radiciação.

a) $\sqrt{625} = 25$	$25^2 =$	b) $\sqrt{169} = 13$	$13^2 =$
c) $4^4 = 256$	$\sqrt[4]{256} =$	d) $17^2 = 289$	$\sqrt{289} =$
e) $19^2 = 361$	$\sqrt{361} =$	f) $15^2 = 225$	$\sqrt{225} =$
g) $\sqrt{484} = 24$	$24^2 =$	h) $\sqrt{900} = 30$	$30^2 =$
i) $\sqrt{841} = 29$	$29^2 =$	j) $32^2 = 1024$	$\sqrt{1024} =$
k) $31^2 = 961$	$\sqrt{961} =$	l) $\sqrt{1296} = 36$	$36^2 =$

4- Resolva os seguintes problemas:

a) Calcule quantos zeros há no final do produto dos primeiros 11 números naturais tirando o zero.

b) Calcule quantos zeros há no final do produto dos 20 primeiros números naturais ímpares.

c) Calcule quantos zeros há no final do produto dos 10 primeiros números pares tirando o zero.

d) Calcule quantos zeros há no final do produto dos 15 primeiros números naturais tirando o zero.

e) Calcule quantos zeros há no final do produto dos números naturais que vão de 1 até 25.

f) Calcule quantos zeros há no final do produto dos números naturais que vão de 5 até 30.

g) Observe a seguinte sequência de números naturais:

$$3, 6, 9, 12, \dots, 30$$

Efetuando-se o produto de todos os números dessa sequência, quantos zeros haverá no final do resultado?

h) Observe a seguinte sequência de números naturais:

$$5, 10, 15, 20, \dots, 50$$

Efetuando-se o produto de todos os números dessa sequência, quantos zeros haverá no final do resultado?

i) Observe a seguinte sequência de números naturais:

$$1, 3, 5, 7 \ \dots 15$$

Efetuando-se o produto de todos os números dessa sequência, quantos zeros haverá no final do resultado?

j) Observe a seguinte sequência de números naturais:

$$4, 8, 12, 16, \dots, 40$$

Efetuando-se o produto de todos os números dessa sequência, quantos zeros haverá no final do resultado?

k) Observe a seguinte sequência de números naturais:

$$1x2,\ 2x3,\ 3x4,\ 4x5,\ \ldots,\ 14x15$$

Efetuando-se o produto de todos os números dessa sequência, quantos zeros haverá no final do resultado?

l) Observe a seguinte sequência de números naturais:

$$11, 22, 33, 44, 55, \ldots, 110$$

Efetuando-se o produto de todos os números dessa sequência, quantos zeros haverá no final do resultado?

Treinando para os Concursos!

1- (EPDP – 2019) Sabe-se que o lado de um quadrado pode ser calculado pela raiz quadrada da sua área. Se a área de um quadrado é de 64 cm², qual é a medida do seu lado?

a) 4 cm
b) 8 cm
c) 32 cm
d) 64 cm

2- (EPDP – 2019) A seguinte sequência tem uma lógica de construção.

$$2, 4, 16, \ldots$$

Seguindo essa lógica, qual será o próximo número dessa sequência?

a) 32
b) 64
c) 80
d) 256
e) 512

3- (EPDP - 2019) Sabe-se que área de um quadrado pode ser calculada elevando-se a medida do seu lado ao quadrado. Se um quadrado tem a medida do lado igual a 18 cm, qual é o valor de sua área?

a) 36 cm^2

b) 54 cm^2

c) 324 cm^2

d) 9 cm^2

e) 180 cm^2

4- (EPDP - 2019) A respeito da raiz quadrada do número 196 pode-se afirmar que:

a) É um número primo.

b) É um número ímpar.

c) É um múltiplo de 7.

d) É um número maior do que 15.

e) É um divisor de 200.

5- (CMC - 2012) Dado o natural **n**, ao calcular o seu quadrado, obtém-se um número ímpar com dois algarismos; ao calcular o seu cubo, obtém-se um número ímpar com 3 algarismos. Sabendo-se que a diferença entre o cubo e o quadrado de **n** é um número par e quadrado perfeito, tal diferença é:

a) 36.

b) 64.

c) 100.

d) 144.

e) 196.

6- (EPDP - 2019) O quadrado de 25 resulta em um número **n**. Sabendo disso, qual é o resto da divisão de **n** por 5?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 5

e) 6

7- (CMC-2010) No Colégio Militar de Curitiba, o laboratório de informática utiliza o critério abaixo para armazenar seus arquivos digitais:

1 byte	=	8 bits
1 kilobyte	=	1024 bytes
1 megabyte	=	1024 kilobytes
1 gigabyte	=	1024 megabytes
1 terabyte	=	1024 gigabytes

Qual potência abaixo representa a medida, em gigabytes, de um arquivo de 1 terabyle?

a) 2^7
b) 2^8
c) 2^9
d) 2^{10}
e) 2^{11}

Leia o texto a seguir para responder à próxima questão:

Stanley Martin Lieber, nascido em Nova Iorque, em 28 de dezembro de 1922, mais conhecido como *Stan Lee*, é um escritor, editor, publicitário, produtor, diretor, empresário norte americano e ator que, em parceria com outros importantes nomes dos quadrinhos, – especialmente os desenhistas Jack Kirby, Steve Ditko e John Romita – criou, a partir do início dos anos 1960, diversos super-heróis.

8- (CMRJ – 2019) Sabendo que Stan está vivo e ainda participa como figurante eterno em filmes dos heróis da Marvel, o número escrito em fatores primos, que representa a idade completa de Lee em 28 de dezembro de 2018, possui expoente

a) 3 para o fator 2
b) 2 para o fator 3
c) 5 para o fator 2
d) 1 para o fator 5
e) 2 para o fator 7

9- (CPM – 2016) Dobrando uma folha de papel sulfite ao meio, obtemos dois retângulos. Dobrando pela segunda vez, obtemos quatro. Quantos retângulos obteremos após a sétima dobra?

a) 108 retângulos.
b) 118 retângulos.
c) 128 retângulos.
d) 138 retângulos.

10- (EPDP – 2019) Sabendo-se que $3^4 = 81$, o resultado da expressão numérica abaixo é:

$$3.3.3.3.3.3.3.3$$

a) 81
b) 162
c) 729
d) 6561

11- (EPDP – 2019) Avalie as afirmativas abaixo e assinale a única correta.

a) $4^2 = 8$
b) $5^3 = 15$
c) $11^2 = 121$
d) $9^5 = 9x9x9x9x9$

Leia o texto a seguir para responder à próxima questão:

O xadrez é um jogo tão antigo que, durante todos os anos de sua existência, várias foram as histórias associadas a sua origem.

Uma das histórias mais conhecidas sobre a origem desse jogo ocorre na Índia. Conta-se que o monarca de certa região havia perdido seu único filho em uma batalha, e por esse motivo, havia entrado numa profunda depressão. Um sacerdote, buscando melhorar a saúde do rei e deixá-lo novamente animado, foi ao seu encontro mostrando um de seus inventos: um jogo de tabuleiro formado por 64 quadrados, brancos e pretos, com 32 peças, também brancas e pretas, que representavam as tropas do exército, a infantaria, a cavalaria, os carros de combate, os condutores de elefantes, o principal ministro do governo e o próprio rei.

De fato, o jogo tornou-se a alegria do rei e acabou completamente com sua tristeza. Como recompensa, o sacerdote foi agraciado com a oportunidade de pedir o que quisesse. Logo de primeira, ele recusou tal oferta, pois achava que não fosse merecedor de tal proposta, mas mediante insistência do rei, ele aceitou. O sacerdote então pediu simplesmente **um grão de trigo para a primeira casa do tabuleiro de xadrez, dois para a segunda, quatro para a terceira, oito para a quarta e assim sucessivamente até a última casa**. O rei chegou a achar graça, tamanha a ingenuidade do pedido.

Entretanto, o humilde pedido do sacerdote não era tão humilde assim. Após fazerem vários cálculos de quanto trigo deveria ser entregue, descobriram que seria necessária toda a safra do reino por incríveis dois mil anos para atender ao pedido. Impressionado com a inteligência do sacerdote, o rei o convidou para ser o principal vizir (espécie de ministro, conselheiro do rei) do reino, sendo perdoado pelo mesmo da sua grande dívida em trigo.

12- (CMB - 2019) De acordo com a história apresentada na criação do xadrez, o número total de grãos que o rei deveria pagar ao sacerdote relativo às casas de 1 a 13 do tabuleiro de xadrez é um número cuja ordem das unidades de milhar é ocupada pelo algarismo

a) 8.
b) 6.
c) 3.
d) 2.
e) 0.

13- (EPDP - 2019) Veja a seguinte sequência:

$$10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100$$

Multiplicando-se todos os números que compõe essa sequência chega-se a um resultado que termina com quantos zeros?

a) 12
b) 11
c) 10
d) 9
e) 2

14- (EPDP - 2019) Observe a sequência abaixo:

$$11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, \dots, 1001$$

O produto de todos os números dessa sequência vai resultar em um número cujo número de algarismos zero no final é igual a:

a) 496
b) 0
c) 11
d) 2
e) 1001

15- (CMC-2019 - ADAPTADA) No Colégio Militar de Curitiba (CMC), o Clube Mosaico proporciona aos alunos um contato com a expressão artística na qual eles quebram cerâmicas em pequenas peças coloridas e as colam, uma ao lado da outra, em uma superfície de madeira formando desenhos, desenvolvendo assim a criatividade, a concentração, a coordenação motora e a paciência.

Para construir um mosaico plano, um aluno do CMC, que participa do Clube Mosaico, trabalhou apenas com peças retangulares de tal forma que sobre o lado maior da primeira peça de base 10 cm e de altura 11 cm, colou outra peça de base 11 cm e de altura 12 cm; sobre o maior lado dessa última peça, colou outra de base 12 cm e de altura 13 cm; e, assim sucessivamente, até colar a última peça com base de 29 cm e altura de 30 cm.

Após terminar o mosaico, o aluno calculou o produto das áreas de todas as peças retangulares usadas e determinou um número que termina com uma quantidade de algarismos zero igual a:

(Dica: a área de um retângulo é calculada pelo produto das medidas dos seus lados).

a) 7 algarismos zero.
b) 8 algarismos zero.
c) 9 algarismos zero.
d) 10 algarismos zero.
e) 11 algarismos zero.

Capítulo 6 – Expressões Numéricas com Números Naturais

Expressões Numéricas com Adição e Subtração

Expressões numéricas são expressões matemáticas com números agrupados de modo que, sobre esses números, devem ser realizadas operações matemáticas com uma ordem preestabelecida.

O primeiro tipo de expressões que vamos ver são expressões simples somente com adição e subtração. Nesse tipo de expressão, a ordem das operações que iremos resolver não importa, de modo que o resultado final será o mesmo independentemente da ordem que escolhermos para resolução. **No entanto, para não sair do conjunto dos números naturais, devemos resolver essas operações na ordem sequencial em que elas são dadas.** O resultado de cada operação deve ser colocado na próxima linha, e os demais números que não vamos operar, nós apenas vamos repetindo linha após linha. Veja alguns exemplos.

Exemplo 1: Resolva a expressão numérica abaixo.

$$9 + 4 - 3 =$$

Resolução: Iniciamos efetuando 9+4. O 3, que está sendo subtraído na sequência e não iremos operar nessa primeira etapa, apenas repetimos em baixo. Observe que é comum sempre mantermos o sinal de igualdade ao fim da expressão. Fazemos isso até obtermos o resultado final. Observe também a importância de se utilizar uma "chavezinha" indicando a operação realizada e manter o alinhamento dos números (um sempre em baixo do outro). Isso nos ajuda a manter a organização e evita que cometamos erros. Veja:

$$\underbrace{9 + 4} - 3 =$$

$$\mathbf{13} - 3 =$$

Pra finalizar, operamos agora o 13–3 para chegar ao resultado.

$$\underbrace{9 + 4} - 3 =$$

$$\underbrace{13 - 3 =}$$

$$\mathbf{10}$$

Após os cálculos, concluímos que o resultado da expressão numérica é 10.

Exemplo 2: Resolva a expressão numérica abaixo.

$$25 - 18 - 4 =$$

Resolução: Iniciamos efetuando o 25–18 e repetindo o 4, que está sendo subtraído.

$$\underbrace{25 - 18} - 4 =$$

$$\mathbf{7} \quad - 4 =$$

Finalizamos com a última operação, subtraindo 4 de 7.

$$\underbrace{25 - 18} - 4 =$$

$$\underbrace{7 - 4 =}$$

$$\mathbf{3}$$

Por fim, o resultado dessa expressão numérica é 3.

Caso prefira, você pode efetuar as contas de adição e subtração uma de cada vez, conforme foi feito nesses exemplos. No entanto, pra quem já tem alguma habilidade e prática na resolução desse tipo de problema, é aconselhável tentar “matar etapas” e efetuar operações mentalmente e da maneira mais “direta” possível. Isso ajuda muito a ganhar tempo na resolução das questões. **No entanto, somente faça isso se você já está familiarizado com esse tipo de problema e se eles são realmente fáceis pra você. Caso contrário, vá por etapas, até que você tenha bastante prática.**

Exemplo 3: Resolva, de maneira direta, a expressão numérica abaixo.

$$36 + 12 - 20 =$$

Resolução: Sabendo que 36+12 = 48, e já efetuando a próxima operação, que é 48-28 = 20, chegamos ao resultado de maneira direta.

$$\underbrace{36 + 12 - 20 =}$$

$$\mathbf{28}$$

Portanto, essa expressão numérica tem resultado 28. Mas novamente: só faça isso caso você já tenha bastante prática e facilidade. Senão, vá por etapas até você se habituar com as operações.

Exemplo 4: Resolva a expressão numérica abaixo.

$$44 - 10 + 5 + 22 - 16 =$$

Resolução: Nesse exemplo, temos vários termos. Vamos resolvê-los por etapas. Basta seguir a ordem de resolução, conforme já vimos.

$$\underbrace{44 - 10}_{} + 5 + 22 - 16 =$$

$$\underbrace{\mathbf{34} + 5}_{} + 22 - 16 =$$

$$\underbrace{\mathbf{39} + 22}_{} - 16 =$$

$$\underbrace{\mathbf{61} - 16 =}_{}$$

$$\mathbf{45}$$

Hora do Exercício – Parte 1

1- Resolva as seguintes expressões numéricas sem montar as continhas, apenas efetuando as operações em sequência e mentalmente. Você pode resolver em etapas, mas não monte as continhas.

a) 5+2−4 =	b) 7−3+2 =
c) 7−4−3 =	d) 12+3−10 =
e) 14−7+7+5 =	f) 9+4−2+3 =
g) 18−9+5−4 =	h) 13−2+5−3 =

i) 12+11−4+3 =	j) 18−4−5−5 =
k) 12−3+5−4 =	l) 13+11−12−8 =

2− Resolva as seguintes expressões numéricas. Efetue o máximo de operações possíveis mentalmente. Mas caso seja necessário, monte as continhas e resolva-as como você já aprendeu.

a) 15−7+25−21=	b) 53+5−22−15=
c) 39+11−37+4=	d) 71−5+62−84=
e) 38−4+19+21=	f) 52+27−36+11=

g) 67−24−12+14−21=	h) 34−25+36−41+6=
i) 39−27+48−52+18 =	j) 35+47−65+21−35 =
k) 61+78+36−142 =	l) 39−28+18−25+23 =

Expressões Numéricas com as Quatro Operações Básicas

Já vimos que quando temos somente adição e subtração na expressão numérica a ordem de resolução não importa, porém, seguimos a sequência para evitar de sair do conjunto dos números naturais durante a resolução. No entanto, a fim e estarmos sempre no conjunto dos números naturais, devemos seguir a ordem do problema. Agora, vamos acrescentar ao problema as operações de multiplicação e divisão. **E a partir desse momento, não podemos mais simplesmente resolver na ordem!**

A partir de agora, algumas regras devem ser seguidas. São elas:

- ➔ Operações de multiplicação e divisão devem ser resolvidas por primeiro.
- ➔ Caso haja operações de multiplicação e divisão em sequência (ou seja, uma seguida da outra) na expressão numérica, devemos seguir a ordem para resolvê-las. Em outras palavras, quando tratamos de multiplicação e divisão seguidas em uma mesma expressão numérica, devemos resolver antes quem vem primeiro na expressão.

Vamos a alguns exemplos.

Exemplo 5: Resolva a expressão numérica abaixo.

$$3 + 2x3 =$$

Resolução: Observe que agora temos uma operação de adição e uma operação de multiplicação na expressão. **Conforme vimos, a operação de multiplicação tem prioridade sobre a operação de adição, ou seja, ela deve ser resolvida primeiramente mesmo que, pela ordem da expressão, ela não seja a primeira**. Assim, repetimos o 3 e efetuamos a operação de 2x3. Vale ressaltar aqui, novamente, a necessidade de sempre manter os termos alinhados. Isso facilita muito nossa organização. Veja como fica:

$$3 + \underbrace{2x3} =$$

$$3 \ + \mathbf{6} =$$

Agora, pra finalizar, efetuamos o 3+6:

$$3 + \underbrace{2x3} =$$

$$\underbrace{3 + \ 6}_{\mathbf{9}} =$$

Assim, o resultado da expressão numérica é 9.

Exemplo 6: Resolva a expressão numérica abaixo.

$$18 + 21:7 + 5 =$$

Resolução: Conforme vimos, as operações de multiplicação e divisão tem prioridade. Logo, nesse problema, devemos iniciar pela divisão.

$$18 + \underbrace{21:7} + 5 =$$

$$18 + \ \mathbf{3} \ + 5 =$$

Agora, efetuamos as operações de adição seguindo a ordem.

$$18 + \underbrace{21:7} + 5 =$$

$$\underbrace{18 + \ 3} \ + 5 =$$

$$\underbrace{\mathbf{21} \quad + 5}_{\mathbf{26}} =$$

Finalmente, o resultado da expressão numérica é 26.

Exemplo 7: Resolva a expressão numérica abaixo.

$$34 - 36:6x5 + 12 =$$

Resolução: Temos uma expressão numérica com adição, subtração, multiplicação e divisão. Sabemos que, pela ordem, devemos primeiramente efetuar as operações de multiplicação e divisão, iniciando, entre elas, aquela que vem primeiro na sequência. Assim, começamos fazendo 36:6.

$$34 - \underbrace{36:6}x5 + 12 =$$

$$34 - \mathbf{6}\ \ x5 + 12 =$$

Agora, efetuamos a operação de multiplicação.

$$34 - \underbrace{36:6}x5 + 12 =$$

$$34 - \underbrace{6\ \ x5} + 12 =$$

$$34 - \quad \mathbf{30} \quad + 12 =$$

E, por fim, efetuamos as operações de adição e subtração seguindo a ordem.

$$34 - \underbrace{36:6}x5 + 12 =$$

$$34 - \underbrace{6x5} + 12 =$$

$$\underbrace{34 - 30} + 12 =$$

$$\underbrace{\mathbf{4} \quad + 12 =}_{\mathbf{16}}$$

Agora vamos avaliar um caso interessante: quando a expressão numérica mistura multiplicação e divisão que são "independentes" entre si, nós podemos resolvê-las numa mesma etapa. Dessa forma ganhamos tempo na resolução das questões e resolvemos o problema em menos etapas.

Mas professor, o que significa as operações serem independentes???

Significa que o resultado de uma não irá interferir, num primeiro momento, no resultado da outra. Vamos a alguns exemplos para você entender melhor.

Exemplo 8: Resolva a expressão numérica abaixo.

$$43 - 28:7 + 4x9 + 9:3 =$$

Resolução: Observe que temos, nessa expressão, operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Segundo os critérios que já vimos, iniciamos pelas operações de multiplicação e divisão, efetuando primeiramente aquelas que vem por primeiro. **No entanto, perceba que as operações são independentes entre si, o resultado de uma não irá interferir diretamente no resultado da outra, de modo que, após efetuá-las, você deverá somar ou subtrair os resultados de cada uma delas. Nesses casos, podemos efetuar essas**

operações em uma única etapa. Repare que, diferentemente do exemplo anterior, cada resultado das multiplicações / divisões serão somados e subtraídos na sequência, mas nunca o resultado de uma será diretamente multiplicado ou dividido pelo resultado da outra. Vamos, então, efetuar essas primeiras operações numa única etapa. Veja:

$$43 - \underbrace{28:7}_{} + \underbrace{4x9}_{} + \underbrace{9:3}_{} =$$

$$43 - \mathbf{4} + \mathbf{36} + \mathbf{3} =$$

Agora, vamos efetuando as operações de adição e subtração em sequência:

$$43 - 28:7 + \underbrace{4x9}_{} + \underbrace{9:3}_{} =$$

$$\underbrace{43 - 4}_{} + 36 + 3 =$$

$$\underbrace{\mathbf{39} + 36}_{} + 3 =$$

$$\underbrace{\mathbf{75} + 3 =}_{}$$

$$\mathbf{78}$$

Assim, chegamos ao resultado 78.

Hora do Exercício – Parte 2

1- Resolva as expressões numéricas abaixo sem esquecer das ordens de prioridade: primeiro multiplicação e divisão, depois adição e subtração. **Utilize mais de uma linha se for necessário, mas evite armar as operações de multiplicação e divisão. Utilize, se possível, somente seus conhecimentos de tabuada.**

a) $4 + 2x3 =$	b) $3 + 6:3 =$	c) $7 + 2x7 =$
d) $24 - 3x4 =$	e) $19 - 12:2 =$	f) $32 - 4x7 =$

g) $12 - 36:6 =$	h) $35:7 + 3x2 =$	i) $42:6 - 2x2 =$
j) $28 - 36:9 + 1 =$	k) $6x1 + 5x2 =$	l) $30 - 6x4 + 2 =$

2- Resolva as expressões numéricas abaixo.

a) $22 + 36:4 - 5 + 2x9 =$	b) $51 - 12x4 + 36:9 =$
c) $61 - 81:9x2 - 17 =$	d) $27:3 + 36 - 45 + 18:6 =$
e) $44:4 + 13 - 2x9 + 8 =$	f) $39 + 21:7 - 45:9 - 24:6 =$
g) $32 - 72:4 - 5 + 3x6 =$	h) $59 - 49:7 + 3x5 - 12 =$

i) $90 - 90:9 + 56:8 - 7x6 =$	j) $37 + 8x8 - 49:7 - 15 =$
k) $14 - 88:11 - 12:4 - 3 =$	l) $42 - 5x5 + 36:9 + 12 =$

Sinais Gráficos (Parênteses, Colchetes e Chaves)

Conforme vimos, a ordem de resolução para as operações em uma expressão numérica é:

- Primeiro resolvemos multiplicação e divisão;
- Depois resolvemos adição e subtração.

No entanto, muitas vezes desejamos alterar essa ordem, priorizando uma operação de adição em vez de uma de multiplicação, por exemplo. Para fazer isso utilizamos os sinais gráficos, que são:

$(4+7)$	Operação entre parênteses
$[4+7]$	Operação entre colchetes
$\{4+7\}$	Operação entre chaves

Esses artifícios nos ajudam a priorizar alguma operação, de modo que, sempre que eles aparecem, devemos procurar "eliminá-los" resolvendo as operações dentro deles. Para isso, seguimos a ordem:

- Primeiro eliminamos os parênteses;
- Segundo eliminamos os colchetes;
- Por último eliminamos as chaves.

Vamos a alguns exemplos:

Exemplo 9: Resolva a expressão numérica abaixo.

$$8x(12-2) =$$

Resolução: Temos aqui uma operação de multiplicação e uma operação de subtração. Sabemos que, normalmente, a ordem a seguir seguida é primeiramente resolver a multiplicação e depois a subtração. No entanto, a operação de subtração está colocada entre parênteses. Portanto, ela ganha prioridade, e assim deve ser resolvida por primeiro. Quando a resolvemos, os parênteses "são eliminados", ou seja, ele desaparece. Veja:

$$8x\underbrace{(12-2)}=$$
$$8x \quad \mathbf{10} \quad =$$

Agora, terminamos efetuando a multiplicação.

$$8x\underbrace{(12-2)}=$$
$$\underbrace{8x \quad 10 =}_{\mathbf{80}}$$

Assim, terminamos a expressão com um valor de 80.

Exemplo 10: Resolva a expressão numérica que se segue.

$$[12x(6+4)]:6=$$

Resolução: Observe que, nessa expressão, temos operações de multiplicação, divisão e adição. No entanto, como temos também parênteses e colchetes, eles devem ser priorizados nas resoluções. Assim, resolvemos primeiramente os parênteses e os "eliminamos". Veja:

$$[12x\underbrace{(6+4)}]:6=$$
$$[12x \quad \mathbf{10}] \quad :6=$$

Na próxima etapa devemos eliminar os colchetes. Para isso, resolvemos a operação de multiplicação que está dentro dele.

$$[12x\underbrace{(6+4)}]:6=$$
$$\underbrace{[12x \quad 10]} \quad :6=$$
$$\mathbf{120} \quad :6=$$

Por último, finalmente, resolvemos a operação de divisão, que resulta no número 20.

$$[12x\underbrace{(6+4)}]:6=$$
$$\underbrace{[12x \quad 10]} \quad :6=$$
$$\underbrace{120 \quad :6=}_{\mathbf{20}}$$

Vejamos agora um outro exemplo no qual temos operações entre parênteses que são independentes entre si. Nesses casos, podemos efetuar as duas operações simultaneamente (em uma mesma linha) para ganhar tempo.

Exemplo 11: Resolva a expressão numérica abaixo.

$$43 - (25 - 4) : (9 - 2) =$$

Resolução: Como as duas operações de parênteses não irão interferir uma na outra e os resultados obtidos pelos parênteses somente deverão ser realizados na próxima etapa, podemos efetuar as duas operações entre parênteses e eliminá-los simultaneamente.

$$43 - \underbrace{(25 - 4)}_{} : \underbrace{(9 - 2)}_{} =$$

$$43 - \mathbf{21} : \mathbf{7} =$$

Agora, como já sabemos, efetuamos primeiramente a operação de divisão.

$$43 - \underbrace{(25 - 4)}_{} : \underbrace{(9 - 2)}_{} =$$

$$43 - \underbrace{21 : 7}_{} =$$

$$43 - \mathbf{3} =$$

E, para finalizar, a operação de subtração.

$$43 - \underbrace{(25 - 4)}_{} : \underbrace{(9 - 2)}_{} =$$

$$43 - \underbrace{21 : 7}_{} =$$

$$\underbrace{43 - 3}_{} =$$

$$\mathbf{40}$$

Assim, chegamos ao resultado 40. Sempre que percebermos que o resultado de uma operação não irá interferir no resultado de outra operação, podemos efetuar essas operações numa mesma etapa a fim de ganhar tempo nas resoluções.

Vamos agora a outro exemplo que envolve parênteses, colchetes e chaves:

Exemplo 12: Resolva a expressão numérica abaixo.

$$\{50 : [6 + (4 + 3x5)]\} + 8 =$$

Resolução: Observe que, nesta expressão, temos as quatro operações básicas. No entanto, temos também parênteses, colchetes e chaves. Devemos então eliminar cada um deles passo a passo, começando pelos parênteses. No entanto, dentro dos parênteses vemos que há uma operação de adição e outra de multiplicação. Devemos, então, iniciar pela operação de multiplicação.

$$\{50:[6+(4+\underbrace{3x5})]\}+8=$$
$$\{50:[6+(4+\ \mathbf{15})]\}+8=$$

Na sequência, efetuamos a operação de adição para eliminar os parênteses.

$$\{50:[6+(4+\underbrace{3x5})]\}+8=$$
$$\{50:[6+\underbrace{(4+\ 15)}]\}+8=$$
$$\{50:[6+\quad \mathbf{19}\quad]\}+8=$$

Agora, efetuamos a operação que está dentro dos colchetes e os eliminamos.

$$\{50:[6+(4+\underbrace{3x5})]\}+8=$$
$$\{50:[6+\underbrace{(4+\ 15)}]\}+8=$$
$$\{50:\underbrace{[6+\quad 19\quad]}\}+8=$$
$$\{50:\quad \mathbf{25}\}\quad +8=$$

Na próxima etapa, eliminamos as chaves.

$$\{50:[6+(4+\underbrace{3x5})]\}+8=$$
$$\{50:[6+\underbrace{(4+\ 15)}]\}+8=$$
$$\{50:\underbrace{[6+\quad 19\quad]}\}+8=$$
$$\underbrace{\{50:\quad 25\}}\quad +8=$$
$$\mathbf{2}\quad +8=$$

Eliminados parênteses, colchetes e chaves, efetuamos a última operação de adição e chegamos ao resultado 10.

$$\{50:[6+(4+\underbrace{3x5})]\}+8=$$
$$\{50:[6+\underbrace{(4+\ 15)}]\}+8=$$
$$\{50:\underbrace{[6+\quad 19\quad]}\}+8=$$
$$\underbrace{\{50:\quad 25\}}\quad +8=$$
$$\underbrace{2\quad +8}=$$
$$\mathbf{10}$$

Hora do Exercício – Parte 3

1- Resolva as expressões numéricas abaixo.

a) $3x(9-7) =$	b) $15:(3+2) =$	c) $8x(4+2) =$
d) $21:(7-4) =$	e) $25:(9-4) =$	f) $36:(4+2) =$
g) $28x(3+4) =$	h) $42:(18-4) =$	i) $81:(14-5) =$
j) $(18+2)x(16-9) =$	k) $(7+5)x(7+3) =$	l) $(52+32):(4+8) =$

2- Resolvas as expressões numéricas abaixo.

a) $4+[2x(7+3)-5] =$	b) $14+[5:(3+2)-1] =$

c) $[2 + 3x5 + 24:(10 - 2)]:5 =$	d) $7 - [36:(3x2) + 2 - 1x2]:3 =$
e) $[15 - 4x3:(1 + 1)]:3 + 4 =$	f) $48:8 + [5:(1 + 4) + 10] =$
g) $2 + \{70:[2x(8 + 12) - 5]\} =$	h) $\{64 - 48:[2x(4 + 8)]\} - 28 =$
i) $96:\{24 + [(75:5 - 12) + 5]\} - 3 =$	j) $128x\{[81 - (24 - 15)]:(9x8)\} - 64 =$
k) $192:\{4x[9 + (81:9 + 4) + 2]\} + 19 =$	l) $192 - \{7x[(90 - 8x5):10]x4\} + 3 =$

Leitura Matemática de Expressões Numéricas.

As expressões numéricas podem ser lidas e interpretadas matematicamente. E essas interpretações são muitas vezes cobradas nas provas dos Colégios Militares, e por isso, é muito importante que saibamos e entendamos esse tipo de linguagem.

Veja:

O dobro da soma entre dois e quatro $\qquad 2x(2+4)$

O triplo da diferença entre sete e cinco $\qquad 3x(7-5)$

A diferença entre quinze e o dobro de cinco $\qquad 15 - 2x5$

A soma do quádruplo de cinco e dezessete $\qquad 4x5 + 17$

Vamos a alguns exemplos.

Exemplo 13: O dobro da diferença entre oito e três resulta em um número *b*. Somando-se *b* com *d* encontramos o valor 15. Qual é o número *d*?

Resolução: *b*, conforme foi dito no problema, pode ser calculado pelo dobro da diferença entre oito e três. Escrevemos a expressão numérica dada nesse problema da seguinte maneira:

O dobro da diferença entre oito e três $\qquad 2x(8-3)$

Resolvendo a expressão:

$$2x(\underbrace{8-3}) =$$

$$\underbrace{2x \qquad \mathbf{5}}_{\mathbf{10}} =$$

Logo, concluímos que $b = 10$. Na sequência, sabemos que b somado a d é igual a 15.

$$b + d = 10$$

Mas como já descobrimos que o valor de b é 10, basta “trocar” o b por 10.

$$10 \; + \; d \; = \; 15$$

Agora nos perguntamos: que número somado com 10 dá como resultado 15? Rapidamente, sabemos que o valor é 5. Portanto:

$$d = 5$$

Exemplo 14: Betinho pensou em um número e efetuou as seguintes operações:

- ➔ 1ª operação: multiplicou esse número por 3.
- ➔ 2ª operação: o resultado da 1ª operação, ele somou 60.
- ➔ 3ª operação: o resultado da 2ª operação, ele dividiu por 3.

Após efetuar essas operações, Betinho chegou ao número 27. Em que número Betinho havia pensado inicialmente?

Resolução: A resolução desse problema é feita através da interpretação de uma expressão numérica, mas que pode (e será) resolvida em etapas. O conceito que utilizaremos para essa resolução é a relação entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão. Resolveremos efetuando as operações inversas de cada operação iniciando de trás pra frente, já que temos somente o resultado final de todas as operações.
Inicialmente, não temos condição de saber qual é o número que Betinho pensou, mas temos o resultado final da 3ª operação, que é 27. Observe que o 27 foi obtido na terceira operação realizada por Betinho, uma operação de divisão (a divisão por 3). Conhecendo a relação entre multiplicação e divisão, sabemos que se um número foi dividido por 3 pra chegar a 27, podemos multiplicar o 27 por 3 pra voltar a esse número. Assim:

$$27x3 = 81$$

Agora sabemos que antes de efetuar a divisão Betinho estava no número 81. Agora perceba que o número 81 foi obtido através da segunda operação, a soma com 60. Conhecendo a relação entre adição e subtração, sabemos que se um número foi somado a 60 para chegar ao 81, podemos subtrair o 60 de 81 para voltar a esse número. Assim:

$$81 - 60 = 21$$

Agora, sabemos que antes de efetuar a soma com 60, Betinho estava no número 21.
E veja: o número 21 foi obtido através da primeira operação, a multiplicação de um primeiro número por 3. Assim, para encontrarmos esse número, basta dividir o 21 por 3, já que a operação de divisão é a operação inversa à multiplicação. Logo:

$$21:3 = 7$$

Após essas etapas chegamos à conclusão de que o número inicial que Betinho havia pensado era 7.
E veja que, o que fizemos aqui, foi nada mais do que a resolução de uma expressão numérica resolvida em etapas.

$$(27x3 - 60):3$$

De fato, se resolvermos essa expressão:

$$(\underbrace{27x3} - 60):3 =$$

$$\underbrace{(\ \mathbf{81}\ - 60)}:3 =$$

$$\underbrace{\mathbf{21}\ :3} =$$

$$\mathbf{7}$$

Esse tipo de problema é muito comum e bastante cobrado nas provas dos Colégios Militares. Por isso, é muito importante saber interpretar um exercício de expressão numérica, bem como saber resolver a expressão numérica de acordo com as prioridades vistas nesse capítulo. Vamos a outro exemplo.

Exemplo 15: Lucio pede a João para pensar em um número, mas não dizer a ele que número é esse. Em seguida, Lucio pede pra João multiplicar esse número por dois. Na sequência, pede a João que some 40 ao resultado dessa multiplicação. O resultado da soma, Lucio pede que João divida por 2. Após essas operações, Lucio pede então que João diga a ele o resultado, e João diz ser 28. Lucio, após um minuto, diz a João qual era o número que ele havia pensado inicialmente. Que número era esse?

Resolução: O problema é muito semelhante ao anterior. Inicialmente, não temos condição de saber qual é o número que João pensou, mas temos o resultado final das operações, que é 28. Observe que o 28 foi obtido na última operação realizada por João, uma operação de divisão (a divisão por 2). Conhecendo a relação entre multiplicação e divisão, sabemos que se um número foi dividido por 2 pra chegar a 28, podemos multiplicar o 28 por 2 pra voltar a esse número. Assim:

$$28x2 = 56$$

Assim, sabemos que antes de efetuar a divisão, João estava no número 56. Agora perceba que o número 56 foi obtido através de uma soma com 40. Conhecendo a relação entre adição e subtração, sabemos que se um número foi somado a 40 para chegar ao 56, podemos subtrair o 40 de 56 para voltar a esse número. Assim:

$$56 - 40 = 16$$

Agora, sabemos que antes de efetuar a soma com 40, João estava no número 16.
E veja: o número 16 foi obtido através da multiplicação de um primeiro número por 2. Assim, para encontrarmos esse número, basta dividir o 16 por 2, já que a operação de divisão é a operação inversa à multiplicação. Logo:

$$16:2 = 8$$

Assim, chegamos à conclusão de que o número inicial que Lucio havia pensado era 8.
E veja que, o que fizemos aqui, foi nada mais do que a resolução de uma expressão numérica resolvida em etapas.

$$(28x2 - 40):2$$

E de fato, se resolvermos essa expressão:

$$(\underbrace{28x2} - 40):2 =$$
$$\underbrace{(\ \mathbf{56}\ - 40)}:2 =$$
$$\underbrace{\mathbf{16}\ \ :2} =$$
$$\mathbf{8}$$

Hora do Exercício – Parte 4

1- Monte e resolva as seguintes expressões numéricas.

a) O dobro da soma entre cinco e seis.	b) O triplo da diferença entre nove e três.

c) O quádruplo da soma entre seis e sete.	d) O dobro da soma entre nove e dois.
e) O triplo da diferença entre doze e seis.	f) O quíntuplo da soma entre seis e dois.
g) A diferença entre o dobro de cinco e sete.	h) A soma do dobro de oito e catorze.
i) O dobro do triplo de cinco.	j) O triplo da diferença entre quinze e nove.
k) O quádruplo da diferença entre nove e seis.	l) A soma entre o triplo de seis e nove.

2- Após a sequência de operações, descubra qual é o número inicial em cada caso.

a) Número inicial: **A**

1ª Operação: multiplicou-se A por 2.

2ª Operação: somou-se 30 ao resultado da 1ª operação.

3ª Operação: dividiu-se por 2 o resultado da 2ª operação.

O resultado é 23.

b) Número inicial: **B**

1ª Operação: multiplicou-se B por 2.

2ª Operação: somou-se 28 ao resultado da 1ª operação.

3ª Operação: dividiu-se por 2 o resultado da 2ª operação.

O resultado é 16.

c) Número inicial: **C**

1ª Operação: multiplicou-se C por 3.

2ª Operação: somou-se 21 ao resultado da 1ª operação.

3ª Operação: dividiu-se por 3 o resultado da 2ª operação.

O resultado é 13.

d) Número inicial: **D**

1ª Operação: multiplicou-se D por 4.

2ª Operação: somou-se 22 ao resultado da 1ª operação.

3ª Operação: dividiu-se por 9 o resultado da 2ª operação.

O resultado é 6.

e) Número inicial: **X**

1ª Operação: multiplicou-se X por 5.

2ª Operação: somou-se 25 ao resultado da 1ª operação.

3ª Operação: dividiu-se por 6 o resultado da 2ª operação.

O resultado é 10.

f) Número inicial: **P**

1ª Operação: multiplicou-se P por 4.

2ª Operação: somou-se 27 ao resultado da 1ª operação.

3ª Operação: dividiu-se por 7 o resultado da 2ª operação.

O resultado é 9.

g) Número inicial: **Z**
1ª Operação: multiplicou-se Z por 7.
2ª Operação: somou-se 32 ao resultado da 1ª operação.
3ª Operação: dividiu-se por 4 o resultado da 2ª operação.
O resultado é 29.

h) Número inicial: **N**
1ª Operação: multiplicou-se N por 6.
2ª Operação: somou-se 38 ao resultado da 1ª operação.
3ª Operação: dividiu-se por 16 o resultado da 2ª operação.
O resultado é 8.

Treinando para os Concursos!

1- (EPDP – 2019) Calcule o valor da expressão numérica abaixo:

$$1 + 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

a) 144
b) 145
c) 122
d) 120
e) 121

2- (CMSM – 2015) Observe a tabela abaixo com as seleções campeãs da Copa do Mundo e o número de vezes que foram vitoriosas:

SELEÇÃO	TÍTULOS
Brasil	5
Alemanha	4
Itália	4
Argentina	2
Uruguai	2
França	1
Inglaterra	1
Espanha	1

O resultado da expressão numérica $5 + 4 \times 4 + 2 \times 2 - 1 \div 1 + 1$ é:

a) 76
b) 25
c) 22
d) 18
e) 11

3- (CMJF – 2020) Cinco estudantes: André, Bruno, Carla, Daniela e Eduardo utilizaram os algarismos do ano de 2019 para fazer algumas operações matemáticas e montaram as expressões abaixo.

André: 2+0+1+9 Bruno: 2x0+1+9 Carla: 2+0x1x9

Daniela: 2+0+1x9 Eduardo: 2x0x1x9

Quais os dois estudantes que obtiveram os maiores resultados?

a) André e Daniela.
b) Bruno e André.
c) Carla e Daniela.
d) Daniela e Eduardo.
e) Eduardo e André.

4- (CPM – 2011) Determine o valor da expressão numérica:

$$100 + (60 - 8 \times 5) : (4 \times 3 + 8)$$

a) 6
b) 18
c) 101
d) 113

5- (CMSM – 2016) A tabela abaixo indica o quadro de medalhas olímpicas conquistadas por cinco países nas Olimpíadas do Rio 2016.

RIO 2016					TOTAL
1	Estados Unidos	46	37	38	121
2	Grã-Bretanha	27	23	17	67
3	China	26	18	26	70
4	Rússia	19	18	19	56
5	Alemanha	17	10	15	42

Com os valores circulados na tabela acima montou-se a expressão numérica:

$$27 + 70 \times 10 - 23 \times 10$$

O resultado dessa expressão é
a) 497.
b) 443.
c) 565.
d) 2343,6.
e) 2193,3.

6- (CPM – 2013) Resolvendo a expressão: $33 \div \{10 + [6 \div 3 + (1 + 2) - 4]\}$, você obterá?
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

7- (CPM – 2014) Resolvendo a expressão: $\{9 + 6 \times [14 \div 2 - 5 + (8 \times 4 - 12)]\}$ você obterá?
a) 111.
b) 121.
c) 131.
d) 141.

8- (CPM – 2018) No filme “UP, Altas Aventura”, o personagem principal, Carl, prende milhares de balões coloridos na chaminé da lareira e levanta o vôo. Resolva a expressão numérica a seguir e saiba a idade que Carl tinha ao participar da aventura na “casa voadora”: $[(2 \times 9 - 15 : 5 + 3) \times 4] + 2 \times 3 =$
a) 87 anos
b) 77 anos
c) 78 anos
d) 70 anos

9- (CMC - 2018) João disse para Maria que iria adivinhar a idade que ela completaria no ano de 2017. Para tanto, pediu que seguisse os seguintes passos:

1) Escolha um número de dois algarismos.
2) Multiplique este número por dois.
3) Some cinco unidades ao resultado anterior.
4) Multiplique esta soma por cinquenta.
5) Some ao produto o número 1767.
6) Subtraia o ano do seu nascimento (com 4 algarismos).

Maria, ao seguir os passos, disse que obteve o número 1330. João então, olhando para os dois últimos algarismos, disse que Maria completaria 30 anos em 2017, acertando a idade. O número que Maria pensou é um número divisível por:

a) 13
b) 11
c) 7
d) 3
e) 2

10- (CPM - 2016) Um ônibus sai do ponto inicial com 25 passageiros. No 1° ponto, descem 3 pessoas e entram 5. No segundo ponto, descem 9 e entram 3. A expressão que representa essa situação é:

a) $25 - 3 - 5 + 9 - 3 = 23$.
b) $25 - 3 + 5 - 9 + 3 = 21$.
c) $25 - 3 + 5 - 9 - 3 = 15$.
d) $25 - 3 - 5 - 9 = 11$.

11- (CMRJ - 2014) O valor numérico da expressão

$$51 + \left(49 - \left(47 + \left(45 - \left(43 + \left(41 - \left(39 + \left(37 - \left(35 + (33 - 31)\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right)$$

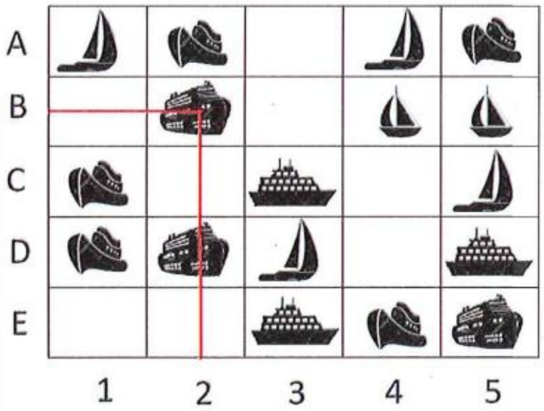
a) 0.
b) 2.
c) 51.
d) 53.
e) 55.

12- (CMSM - 2016) Eduardo digitou um número na calculadora do seu celular, multiplicou-o por 3, somou 15, dividiu o resultado por 7 e obteve o número 15. O quíntuplo do número digitado é:

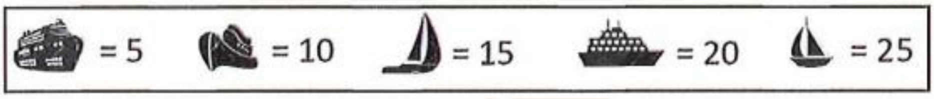
a) 180
b) 150
c) 30
d) 6
e) 5

13- (CMSM – 2018) A batalha naval é um jogo de tabuleiro no qual dois jogadores têm que adivinhar em que retângulos estão os navios do oponente.

No tabuleiro abaixo, os retângulos, denominados células, são definidos pela junção de uma linha (representada por uma letra) e de uma coluna (representada por um algarismo). Dessa forma, **B2** representa o ponto de encontro entre a linha **B** e a coluna **2** e indica a figura .



Respeitando a legenda abaixo,



E sabendo que células em branco representam **ZERO**, assinale a alternativa que indica a solução da expressão:

B4 – D2 x B2 + C4 ÷ E3 + A1 – A4

a) 5
b) 10
c) 15
d) 20
e) Zero

14- (CMRJ – 2020) Considere os símbolos △, ■ e ◑ como operações matemáticas básicas, e as seguintes igualdades:

$$2 ◑ 3 = 6$$
$$12 ■ 4 = 3$$
$$2 \Delta 3 \Delta 6 = 11$$

Sendo assim, assinale o número que corresponde ao resultado da expressão

$$500 \blacksquare \{2 ◑ [(13 \Delta 8) \blacksquare 3 \Delta 20 ◑ 5 \Delta 108 \blacksquare 6]\}$$

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

15- (CMRJ - 2019) Quarteto é uma palavra que designa 4 objetos ou pessoas, formando um grupo. Qual das sentenças a seguir tem valor igual a 4?

a) $23 \times 32 - 92 \times 8 =$
b) $13 \times 21 + 7 - 68 \times 4 =$
c) $32 \times 16 - 239 - 91 \times 3 =$
d) $100 + 201 + 302 - 66 \times 9 =$
e) $11 \times 13 \times 15 + 359 - 125 \times 20 =$

SOLUÇÕES DAS QUESTÕES DE CONCURSO

Capítulo 1 – Sistema Numérico Decimal

1- (CMPA – 2020) Observe o número 41.137.401.507 organizado em classes e ordens:

Bilhões			Milhões			Milhares			Un. simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
	4	1	1	3	7	4	0	1	5	0	7

Agora vamos analisar as afirmativas:

I- FALSA. Cada ordem corresponde a um algarismo, e cada 3 ordens correspondem a uma classe. Portanto, o número possui 11 ordens e 4 classes.
II- VERDADEIRA. O valor absoluto do algarismo não varia de acordo com a posição. Portanto, o algarismo 4 possui valor absoluto 4.
III- VERDADEIRA. Como o algarismo 1 presente na unidade de bilhão está na maior ordem em relação aos demais algarismos 1 (décima ordem), ele possui sim o maior valor relativo, que é 1.000.000.000.
IV- FALSA. O único algarismo 3 ocupa a ordem das dezenas de milhão, e não das dezenas de milhar.

São verdadeiras, portanto, as afirmações II e III.

Alternativa A

2- (CMCG – 2018) Observe o número 207.596.318 organizado em classes e ordens:

Milhões			Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
2	0	7	5	9	6	3	1	8

Agora vamos analisar as afirmativas:
I- VERDADEIRA. Sim, o número possui 3 classes: milhões, milhares e unidades simples.
II- VERDADEIRA. Conforme podemos ver no quadro acima, o algarismo 9 está nas dezenas de milhar.
III- VERDADEIRA. Duzentos e sete milhões quinhentos e noventa e seis mil e trezentos e dezoito é, de fato, a escrita correta desse número.

São verdadeiras, portanto, as afirmativas I, II e III.

Alternativa D

3- (EPDP-2019) Se o irmão mais velho tem 12 anos, o irmão mais novo tem 10, e nenhum deles tem a mesma idade, Joaquim só pode ter 11 anos.

Alternativa C

4- (CMSM - 2015) Para resolver esse problema basta saber a escrita correta do número 74.738. Para isso, vamos separar suas classes:

- Classe dos milhares: 74 mil
- Classes das unidades simples: 738

Portanto, o número é setenta e quatro mil, setecentos e trinta e oito.

Alternativa D

5- (EPDP-2019) Para facilitar, podemos escrever o número utilizando pontinhos para separar suas classes. 1.908.359. Assim fica mais fácil dar nome a ele.

- Classe dos milhões: 1 milhão
- Classe dos milhares: 908 mil
- Classe das unidades simples: 359

Portanto, um milhão, novecentos e oito mil trezentos e cinquenta e nove.

Alternativa C

6- (CMC-2019) Deseja-se arredondar para o algarismo da centena de milhar. Vamos escrever o número num quadro com suas ordens e classes e dar destaque para a ordem a qual se deseja arredondar:

Milhões			Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
2	0	7	6	6	0	9	2	9

O algarismo que vem imediatamente após a ordem para qual se deseja arredondar (ou seja, o 6, que está na dezena de milhar) está no intervalo que vai de 6 a 9. Assim, o algarismo da ordem para a qual desejamos arredondar (a centena de milhar) deve ter sua ordem aumentada em 1 unidade, passando a ser 7. Feito isso, basta repetir os algarismos que vem antes da centena de milhar, colocar 7 na centena de milhar, e todos os algarismos que vem após a centena de milhar passam a ser 0. Assim, temos:

Milhões			Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
2	0	7	7	0	0	0	0	0

Portanto, 207.700.000.

Alternativa C

7- (CPM - 2016) Tomando-se o número dado por extenso e separando as classes:

- Classe dos milhões: 3
- Classe dos milhares: 896
- Classe das unidades simples: 600.

Logo, formamos o número 3.896.600.

Alternativa D

8- (CMR - 2019) Separando-se as classes do número dado, temos 149.600.000. Agora vamos organizá-lo segundo suas classes e ordens:

Milhões			Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
1	4	9	6	0	0	0	0	0

Dessa forma fica fácil perceber que o número possui 9 ordens (9 algarismos) e 3 classes (milhões, milhares e unidades simples).

Alternativa B

9- (CMJF - 2020) Vamos escrever o número 107 bilhões organizado segundo suas classes e ordens.

Bilhões			Milhões			Milhares			Un. simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
1	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Assim, é possível notar que o número possui 4 classes, 12 ordens e 10 algarismos 0.

Alternativa C

10- (EPDP - 2019) O problema pergunta apenas sobre os **salgados** encomendados. Como foi encomendado 1 cento de salgados, isso equivale a 100 salgados.

Alternativa A

11- (EPDP - 2019) Cada dúzia equivale a 12 unidades. Logo, duas dúzias equivalem a 12+12, que é igual a 24. Portanto, Jorginho deverá comprar 24 ovos.

Alternativa E

12- (CPM – 2014) Organizando o número dado segundo suas ordens e classes, temos:

Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	6	0	4	8	3

Observe que nada foi dito sobre a unidade de milhar, por isso essa ordem recebe o algarismo 0. Temos, portanto, o número 60.483.

Alternativa B

13- (EPDP – 2019) Deseja-se arredondar o número dado para a ordem da centena de milhar. Vamos, portanto, para facilitar nossa compreensão, organizá-lo segundo suas ordens e classes:

Milhões			Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	6	1	6	9	4	0	5

O algarismo que vem imediatamente após a ordem para a qual se deseja arredondar (ou seja, o 6, da dezena de milhar) está no intervalo que vai de 5 a 9. Assim, o algarismo da ordem para a qual desejamos arredondar (a centena de milhar) deve ter sua ordem aumentada em 1 unidade, passando a ser 2. Feito isso, basta repetir todos os algarismos que vêm antes da centena de milhar e colocar 0 em todos os algarismos que vêm após a centena de milhar. Assim, temos:

Milhões			Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	5	6	2	0	0	0	0	0

Portanto, 56.200.000.

Alternativa D

14- (EPDP – 2019) Calvin juntamente de seus 7 amigos totalizam 8 garotos disputando a corrida. Sabendo disso, consideremos agora as duas restrições dadas:

- Se Calvin perdeu para o 5° colocado, ele pode ter ficado em 6°, 7° ou 8°;
- Se Calvin não ficou em último, ele não pode ter ficado em 8°.

Sabendo que Calvin perdeu para o 5° colocado e não ficou em 8°, ele pode ter ficado em 6° ou 7° lugar.

Alternativa E

15- (CMC - 2014) Decompondo-se o número 15.376, temos:

Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	1	5	3	7	6

Logo, uma dezena de milhar, cinco unidades de milhar, três centenas, sete dezenas e seis unidades. A aluna que respondeu corretamente foi a Luiza.

Alternativa C

Capítulo 2 – Adição e Subtração de Números Naturais

1– (CPM – 2013) Trocando-se os algarismos 2 e 5 do número 8502, temos:

M	C	D	U
8	2	0	5

O número notavelmente diminui, já que passa a ser 8205. Para saber de quantas unidades ele diminui, basta efetuar a subtração $8502 - 8205$:

$$
\begin{array}{rcccc}
 & & 4 & 9 & \\
 & 8 & \cancel{5} & \cancel{10} & 12 \\
- & 8 & 2 & 0 & 5 \\
\hline
 & 0 & 2 & 9 & 7
\end{array}
$$

Como o resultado da subtração é igual a 297, concluímos que, ao se trocar os algarismos 2 e 5, o número diminui de 297 unidades.

Alternativa B

2– (CMR – 2019) Vamos analisar cada uma das alternativas:

a) ERRADA. MCMLXII → 1962 / MCML → 1950. Em 1962 o Brasil ganhou uma copa, mas em 1950 não.
b) ERRADA. MDCCCLXX → 1870 / MCMXCIV → 1994. Em 1994 o Brasil ganhou uma copa, mas em 1870, não.
c) ERRADA. MCMLXXVIII → 1978 / MMII → 2002. Em 2002 o Brasil ganhou a copa, mas em 1978, não.
d) CORRETA. MCMLXX → 1970 / MCMXCIV → 1994. Em 1970 e em 1994 o Brasil ganhou a copa.
e) ERRADA. MCMLXII →1962 / MMXIV → 2014. Em 1962 o Brasil ganhou a copa, mas em 2014, não.

Alternativa D

3– (CMC – 2012) Vejamos os elementos da subtração:

$$
\begin{array}{rcl}
 & A & \rightarrow \text{Minuendo} \\
- & B & \rightarrow \text{Subtraendo} \\
\hline
 & C & \rightarrow \text{Diferença ou resto}
\end{array}
$$

O problema disse que, inicialmente, o resto é igual a 287. Num primeiro momento, foram somadas 5 unidades ao minuendo. Dessa forma, devemos somar 5 unidades ao resto também, uma vez que aumentando-se o minuendo o resto também deve aumentar.

$$287 + 5 = 292$$

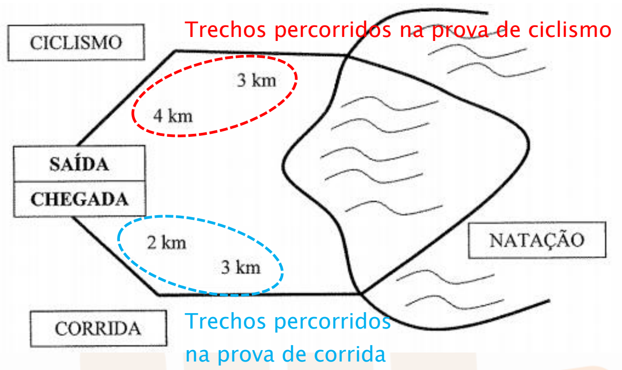
Na sequência, o subtraendo é reduzido em 5 unidades. Dessa forma, devemos somar mais 5 unidades ao resto, uma vez que diminuindo-se o subtraendo o resto deve aumentar.

$$292 + 5 = 297$$

Percebemos, então, que o resto ou diferença inicial era de 287 e passou a ser 297, ou seja, 10 unidades maior.

Alternativa D

4- (CMBH - 2018) Se a prova total tem uma distância de 17 km, isso significa que a soma de todas as distâncias percorridas por Antônio deve ser igual a 17 km. Mas o problema nos forneceu apenas as distâncias percorridas nas provas de corrida e de ciclismo:



Assim, calculando as distâncias percorridas nos trechos de ciclismo e corrida:

- Ciclismo: 4 + 3 = 7 km
- Corrida: 2 + 3 = 5 km

Como existem somente essas três modalidades (ciclismo, corrida e natação), então somando-se as distâncias percorridas nas provas de ciclismo e de corrida e calculando quanto falta pra 17 (que é o total) conseguimos obter a distância percorrida na prova de natação. Assim, fazendo primeiramente a soma:

$$7 + 5 = 12$$

E depois a diferença para 17:

$$17 - 12 = 5$$

Logo, a distância percorrida na prova de natação é de 5 km.

Alternativa B

5- (CMPA - 2020) A área total do Cais é igual à soma das áreas das três regiões do Porto. Assim, basta somar as três áreas dadas para obter a área total pedida.

$$\begin{array}{rcccccc} & {}^{2} & {}^{1} & {}^{1} & {}^{1} & & \\ & 1 & 4 & 9 & 7 & 5 & 0 \\ & 2 & 6 & 4 & 2 & 5 & 0 \\ + & & 9 & 2 & 5 & 8 & 1 \\ \hline & 5 & 0 & 6 & 5 & 8 & 1 \end{array}$$

A área total do Cais é 506.581 m². O algarismo das unidades de milhar é o 4° algarismo da direita para a esquerda (4ª ordem):

Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
5	0	6	5	8	1

O algarismo da unidade de milhar é, portanto, 6.

Alternativa D

6– (CMC – 2012) Aqui muitos estudantes pensam e até mesmo fazem a diferença entre o sucessor e antecessor do 3552 no Sistema Numérico Decimal, fazendo, portanto, $3553 - 3551$. No entanto, não é essa a ideia, já que Pedrinho tem apenas 4 cartões e somente pode formar os números com eles. Assim, para saber quem são o sucessor e antecessor do 3552 utilizando apenas os cartões disponíveis, uma ideia plausível é montar todos os números possíveis com os 4 cartões disponíveis até chegarmos aos números que queremos. Para isso, lembremos:

- O menor número deve ter em sua maior ordem os algarismos com menor valor absoluto.

Com essa ideia em mente, vamos escrever todos os números possíveis até chegar no 7°, que é o sucessor de 3552. Veja que o problema deu até uma dica: o 6° é o 3552, assim, se chegarmos ao 3552 e ele não for o 6°, certamente há algo errado. Fica assim:

1°	2	3	5	5
2°	2	5	3	5
3°	2	5	5	3
4°	3	2	5	5

5°	3	5	2	5
6°	3	5	5	2
7°	5	2	3	5

O 3552 de fato foi obtido como 6° número. Isso nos assegura de que estamos no caminho certo.

O sucessor do 6° número é o 7° número, 5235, e o antecessor é o 5°, 3525. Agora basta efetuar a subtração entre eles:

$$
\begin{array}{rcccc}
 & {\scriptstyle 4} & & & \\
 & \cancel{5} & {}_{1}2 & 3 & 5 \\
- & 3 & 5 & 2 & 5 \\
\hline
 & 1 & 7 & 1 & 0
\end{array}
$$

A diferença entre o 7° e o 5° número é, portanto, igual a 1710.

Alternativa B

7– (CMC – 2013) Primeiramente, para facilitar a leitura e a compreensão, vamos escrever os números dados separando suas classes:

- 20.122.012
- 100.000

O sucessor de 20.122.012 é 20.122.013, e o antecessor de 100.000 é 99.999. Agora fazemos a adição entre eles:

$$\begin{array}{r}
^{1}\,^{1}\,^{1}\,^{1}\,^{1} \\
2\;0\;1\;2\;2\;0\;1\;3 \\
+9\;9\;9\;9\;9 \\
\hline
2\;0\;2\;2\;2\;0\;1\;2
\end{array}$$

O resultado da adição é 20.222.012. Como o problema pediu a soma dos algarismos, basta somar os valores dos algarismos que compõe esse número. Assim:

$$2+0+2+2+2+0+1+2=11$$

A soma dos valores dos algarismos é 11.

Alternativa B

8- (CMR – 2019) Vamos observar a operação dada observando as operações em cada uma das ordens.

$$\begin{array}{rccc}
 & C & D & U \\
 & \blacksquare & 3 & 7 \\
- & 1 & 9 & \blacksquare \\
\hline
 & 5 & \blacksquare & 6
\end{array}$$

Observe que cada símbolo ■ representa um algarismo apagado, e que eles não são necessariamente iguais. Além disso, como se trata de uma subtração, devemos buscar efetuá-la ordem a ordem. Começando, portanto, pela ordem das unidades, temos:

- $7-\blacksquare=6$

O número que deve ser subtraído de 7 para resultado em 6 é 1. Logo, o algarismo que falta na ordem das unidades da operação é 1.
Seguindo o cálculo agora para a ordem das dezenas:

- $3-9=\blacksquare$

Veja que essa operação não é possível, já que 9 é maior do que 3. Isso significa, portanto, que foi emprestada uma (1) unidade para o algarismo 3 a fim de que a operação possa ser realizada. Logo, temos a operação:

- $13-9=\blacksquare$

Com isso, o algarismo apagado será o resultado da operação $13-9$, que é igual a 4. Portanto, o algarismo apagado da ordem das dezenas da operação é 4.
Seguindo agora para a ordem das centenas, temos:

- $\blacksquare-1=5$

Ou seja, um número subtraído de uma unidade deve ser igual a 5. Esse número deveria ser 6. No entanto, note que na operação das dezenas foi necessário efetuar um "empréstimo" das centenas para as dezenas.

Logo, o número não é 6, mas sim, 7. Dessa forma, descobertos os algarismos que faltam a operação ficaria assim:

$$\begin{array}{cccc} & C & D & U \\ & \overset{6}{\cancel{7}} & {}^{1}3 & 7 \\ - & 1 & 9 & 1 \\ \hline & 5 & 4 & 6 \end{array}$$

Como o problema pediu a soma dos algarismos apagados, basta, então, efetuar a soma entre eles:

$$7 + 4 + 1 = 12$$

A soma é, portanto, igual a 12.

Alternativa A

9- (CMR - 2019) Inicialmente, havia no ônibus 18 passageiros. **Mas não podemos nos esquecer de contar o motorista**, sobre o qual o enunciado não fala, mas está visível na imagem:

Assim, havia no ônibus, inicialmente, 19 pessoas (incluído o motorista). Com a chegada desse aluno dado no enunciado, passam a ser 20 pessoas. E agora podemos fazer os cálculos:

- Em um primeiro momento descem 2 alunos: $20 - 2 = 18$
- Na sequência, sobem 4 alunos: $18 + 4 = 22$

Seguem viagem, portanto, 22 pessoas.

Alternativa C

10- (CMRJ - 2019) A ideia aqui é buscar os algarismos que faltam (representados por símbolos) em cada ordem de modo que a operação de adição seja satisfeita. Vamos observar a conta:

$$\begin{array}{ccccc} & U & C & D & U \\ & 1 & 5 & @ & 2 \\ + & & * & 8 & \# \\ \hline & 2 & 0 & 1 & 9 \end{array}$$

Assim, nas unidades simples, temos:

- $2 + \# = 9$ → portanto, $\# = 7$, já que $2 + 7 = 9$;

Nas dezenas simples:

- $@ + 8 = 1$ → Veja que não é possível a soma de um número com 8 resultar em 1. Portanto, concluímos que a operação real é $@ + 8 = 11$, de modo que o 1 da dezena deverá "subir" para a centena. Assim, $@ = 3$, pois $8 + 3 = 11$.

E nas centenas simples:

- $1 + 5 + * = 0$ → O 1 presente nessa operação veio da soma das dezenas. Além disso, é impossível essa soma ser igual a 0, logo, concluímos que na verdade a soma é 10. Assim, temos $1 + 5 + * = 10$. Assim, $* = 4$, pois $1 + 5 + 4 = 10$.

Assim, $\# = 7$, $@ = 3$ e $* = 4$. Como foi pedido os valores dos algarismos em **sequência crescente**, a sequência é 3; 4; 7.

A operação inicial, para mera conferência, ficaria:

$$\begin{array}{ccccc}
 & \text{U} & \text{C} & \text{D} & \text{U} \\
 & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & \\
 & 1 & 5 & 3 & 2 \\
+ & & 4 & 8 & 7 \\
\hline
 & 2 & 0 & 1 & 9
\end{array}$$

Alternativa C

11– (CMCG – 2018) A ideia aqui é buscar os algarismos que faltam (representados por letras) em cada ordem de modo que a operação de adição seja satisfeita. Observe a conta:

$$\begin{array}{ccccc}
 & \text{U} & \text{C} & \text{D} & \text{U} \\
 & & 2 & \text{C} & 7 \\
 & & \text{M} & 2 & \text{C} \\
+ & & 9 & \text{G} & 5 \\
\hline
 & 2 & 0 & 1 & 7
\end{array}$$

Assim, nas unidades simples, temos:

- $7 + C + 5 = 7$ → Veja que não é possível essa soma resultar em 7, já que apenas o primeiro algarismo (7) já chegaria nesse valor. Portanto, concluímos que a operação real é $7 + C + 5 = 17$, de modo que o 1 da dezena deverá "subir" para a centena. Assim, $C = 5$, pois $7 + 5 + 5 = 17$.

Nas dezenas simples:

- $1 + C + 2 + G = 1$ → O 1 presente nessa operação veio da soma das unidades simples. Veja que não é possível essa soma resultar em 1, pois somente o 2 já presente na soma já é maior do que 1. Observe ainda que já descobrimos o valor de C, que é 5. Portanto, concluímos que a operação real é $1 + 5 + 2 + G = 11$, de modo que o 1 da dezena deverá "subir" para a centena. Assim, $G = 3$, pois $1 + 5 + 2 + 3 = 11$.

E nas centenas simples:

- $1 + 2 + M + 9 = 2$ → O 1 presente nessa operação veio da soma das dezenas simples. E note agora que a soma total deve ser igual a 20, já que as parcelas tem 3 ordens e a soma total tem 4 ordens (isso implica que a soma da última ordem compreende as duas últimas ordens do resultado). Portanto, a soma é $1 + 2 + M + 9 = 20$. Assim, $M = 8$, pois $1 + 2 + 8 + 9 = 20$.

Com isso, a adição C + M + C + G pedida pelo problema, fica:

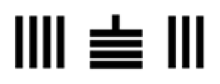
$$5 + 8 + 5 + 3 = 21$$

A operação inicial, para mera conferência, ficaria:

$$\begin{array}{ccccc} & U & C & D & U \\ & & {}^{1} & {}^{1} & \\ & & 2 & 5 & 7 \\ & & 8 & 2 & 5 \\ + & & 9 & 3 & 5 \\ \hline & 2 & 0 & 1 & 7 \end{array}$$

Alternativa C

12– (CMS – 2020) Seguindo a tabela de símbolos fornecidas pelo problema, temos:

	1768
	493

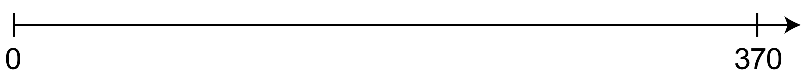
Efetuando, então, a soma entre os números, temos:

$$\begin{array}{ccccc} & U & C & D & U \\ & {}^{1} & {}^{1} & {}^{1} & \\ & 1 & 7 & 6 & 8 \\ + & & 4 & 9 & 3 \\ \hline & 2 & 2 & 6 & 1 \end{array}$$

A soma é, portanto, 2261.

Alternativa C

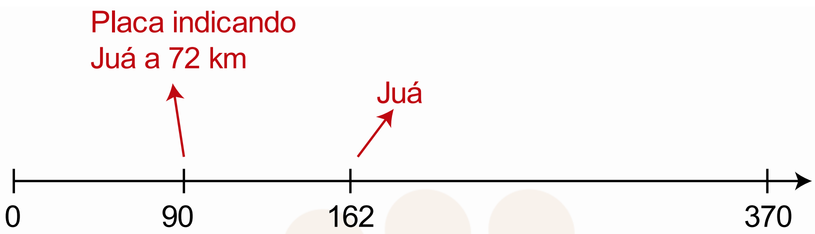
13– (CMS – 2017 – ADAPTADA) Nesse tipo de problema (que envolve distância) é sempre conveniente fazer um esquema utilizando um eixo e marcar as distâncias, caso o problema não forneça. Assim, façamos esse esquema marcando os quilômetros 0 (início) e 370 (fim).



O enunciado diz que no quilômetro 90, no sentido de quem vai do início para o fim, há uma placa dizendo que Juá está a 72 km. Dessa forma, para calcularmos o km onde está Juá, devemos somar 72 ao 90. Assim, temos:

$$\begin{array}{cccc} & C & D & U \\ & & 9 & 0 \\ + & & 7 & 2 \\ \hline & 1 & 6 & 2 \end{array}$$

Ou seja, Juá se encontra no km 162. Colocando essas informações no nosso esquema, temos:

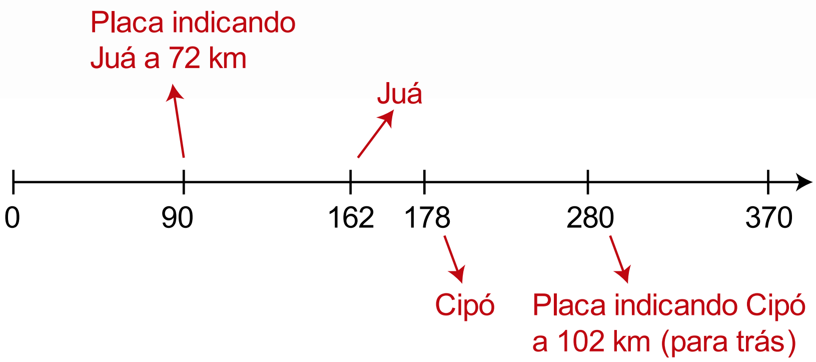


Note: o esquema não precisa ser totalmente preciso e nem as medidas feitas com uma régua, mas é conveniente mantermos um mínimo de organização e capricho para que ele nos ajude a visualizar a situação de maneira correta.

O enunciado diz ainda que no km 280, no sentido de quem vai do fim para o início, há uma placa indicando Cipó a 102 km. Veja que, como dessa vez, é no sentido de quem vai do fim para o início, Cipó está 102 km “para trás” do km 280. Assim, para descobrirmos o km em que está Cipó, devemos subtrair 102 do 280. Assim:

$$\begin{array}{cccc} & C & D & U \\ & & 7 & \\ & 2 & \cancel{8} & {}^{1}0 \\ - & 1 & 0 & 2 \\ \hline & 1 & 7 & 8 \end{array}$$

Assim, cipó está no km 178. Colocando essas informações no nosso esquema:



Por fim, para descobrir a distância entre Juá e Cipó, basta efetuar a subtração $178 - 162$.

$$\begin{array}{cccc} & C & D & U \\ & 1 & 7 & 8 \\ - & 1 & 6 & 2 \\ \hline & 0 & 1 & 6 \end{array}$$

A distância entre Juá e Cipó é, portanto, de 16 km.

Alternativa A

14– (CMC – 2020) Essa é uma questão de nível mais elevado que pode ser resolvida por tentativa e análise. Primeiramente, vamos nomear os algarismos que compõe esse número por a, b e c, do primeiro para o último, respectivamente. Assim, o número formado é abc. Agora vamos às dicas do problema:

- Dica 1: os algarismos estão em ordem decrescente. Ou seja, $a > b > c$.
- Dica 2: Trocando-se a posição dos algarismos das centenas com o das unidades e efetuando a subtração, a diferença é 594. Ou seja, $abc - cab = 594$;
- Dica 3: Trocando-se a posição dos algarismos das dezenas com o das unidades, o número diminui em 9 unidades. Isso significa que $abc - acb = 9$;
- Dica 4: a soma dos valores dos algarismos é igual a 13, ou seja, $a + b + c = 13$.

Agora observe as operações referentes às dicas 2 e 3 montadas abaixo:

Dica 2

$$\begin{array}{cccc} & C & D & U \\ & a & b & c \\ - & c & b & a \\ \hline & 5 & 9 & 4 \end{array}$$

Dica 3

$$\begin{array}{cccc} & C & D & U \\ & a & b & c \\ - & a & c & b \\ \hline & 0 & 0 & 9 \end{array}$$

Agora observe uma grande sacada: pela dica 3, sabemos que a diferença entre os números é 9. Como o algarismo das centenas é o mesmo para os dois números, isso restringe os valores de b e c a apenas algumas poucas possibilidades. Em especial, a ideia utilizada será que $bc - cb = 9$. Um par de valores que satisfaria essa condição, por exemplo, seria $a = 9$ e $b = 8$, pois $98 - 89 = 9$. Vamos colocar, então, para facilitar nosso raciocínio, todas essas possibilidades em uma tabela:

Possibilidade	b	c	Número bc	Número cb
1ª	0	9	09	90
2ª	9	8	98	89
3ª	8	7	87	78
4ª	7	6	76	67
5ª	6	5	65	56
6ª	5	4	54	45
7ª	4	3	43	34
8ª	3	2	32	23
9ª	2	1	21	12
10ª	1	0	10	01

Note, logo de cara que, pela dica 1, o valor do algarismo b deve ser maior que o valor do algarismo c. Assim, a 1ª possibilidade já está excluída.

Agora perceba que, de acordo com a dica 4, a soma dos valores dos algarismos deve ser igual a 13. Assim, somando-se os valores dos algarismos a e b e verificando quanto falta pra 13, podemos encontrar o valor de a. Na 5ª possibilidade, por exemplo, temos:

$$6 + 5 = 11$$
$$13 - 11 = 2$$

Assim, na 5ª possibilidade, o valor do algarismo a é 2. E, seguindo esse mesmo raciocínio, é possível descobrir os valores do algarismo a para todas as demais possibilidades. Acrescentando uma coluna extra com os valores de a na nossa tabela, temos:

Possibilidades excluídas

Possibilidade	b	c	Número bc	Número cb	a
1ª	0	9	09	90	4
2ª	9	8	98	89	Impossível
3ª	8	7	87	78	Impossível
4ª	7	6	76	67	0
5ª	6	5	65	56	2
6ª	5	4	54	45	4
7ª	4	3	43	34	6
8ª	3	2	32	23	8
9ª	2	1	21	12	10
10ª	1	0	10	01	12

Veja que a 2ª e 3ª possibilidades foram dadas como "impossíveis". Isso porque, se tivermos os valores de $b = 0$ e $c = 8$, por exemplo, teremos:

$$9 + 8 = 17$$
$$13 - 17 = impossível$$

Note também que, na 9ª e 10ª possibilidades, o algarismo a seria igual a 10 e 12, respectivamente. Mas isso também não é possível, já que o valor de a deve ser um número de apenas um algarismo. Com isso, excluímos a 9ª e 10ª possibilidades.

Veja ainda que, de acordo com a dica 1, o valor de a deve ser maior que o valor de b, e o valor de b deve ser maior que o valor de c. Com esses fatos, já conseguimos excluir também a 2ª, 3ª, 4ª, 5ª e 6ª possibilidades, nas quais esse critério não é satisfeito.

Possibilidades excluídas (linhas sombreadas)

Possibilidade	b	c	Número bc	Número cb	a
1ª	0	9	09	90	4
2ª	9	8	98	89	Impossível
3ª	8	7	87	78	Impossível
4ª	7	6	76	67	0
5ª	6	5	65	56	2
6ª	5	4	54	45	4
7ª	4	3	43	34	6
8ª	3	2	32	23	8
9ª	2	1	21	12	10
10ª	1	0	10	01	12

Agora, para encontrar os valores dos algarismos, basta utilizar a informação da dica 2 e fazer duas tentativas substituindo os valores de a, b e c presentes na 7ª e 8ª possibilidades (que foram as que sobraram). Aquele que resultar em 594, corresponderá aos valores de a, b e c.

7ª possibilidade

$$\begin{array}{cccc}
 & C & D & U \\
 & {\scriptstyle 5} & {\scriptstyle 13} & \\
 & \cancel{6} & \cancel{4} & {\scriptstyle 1}3 \\
- & 3 & 4 & 6 \\
\hline
 & 2 & 9 & 7
\end{array}$$

8ª possibilidade

$$\begin{array}{cccc}
 & C & D & U \\
 & {\scriptstyle 7} & {\scriptstyle 12} & \\
 & \cancel{8} & \cancel{3} & {\scriptstyle 1}2 \\
- & 2 & 3 & 8 \\
\hline
 & 5 & 9 & 4
\end{array}$$

Assim, concluímos que $a = 8$, $b = 3$ e $c = 2$. Mas o problema pede a soma desse número com o maior número de três algarismos distintos. O maior número de três algarismos distintos é 987 (basta colocar o algarismo de maior valor na maior ordem, e seguir essa regra para todos os demais algarismos restantes). Assim, efetuando essa soma:

$$\begin{array}{ccccc}
 & U & C & D & U \\
 & & {\scriptstyle 1} & & \\
 & & 8 & 3 & 2 \\
+ & & 9 & 8 & 7 \\
\hline
 & 1 & 8 & 1 & 9
\end{array}$$

A soma pedida é, portanto, 1819.

Alternativa C

15- (CMC - 2019) Para calcular a soma pedida nesse problema, devemos escrever todos os números que podem ser escritos pelos algarismos 0, 1, 2 e 8. Para facilitar, podemos escrevê-los ordenadamente, pois isso nos ajuda a não nos perdermos no meio do processo. Lembre-se que para escrever o menor número sempre colocamos nas maiores ordens o algarismo de menor valor. É bacana também separá-los em colunas e somar por partes, pois efetuando a soma de vários números ao mesmo tempo também é fácil se perder. Assim, escrevendo-se esses números separadamente em 4 colunas, temos:

0	1	2	8
0	1	8	2
0	2	1	8
0	2	8	1
0	8	1	2
0	8	2	1

1	0	2	8
1	0	8	2
1	2	0	8
1	2	8	0
1	8	0	2
1	8	2	0

2	0	1	8
2	0	8	1
2	1	0	8
2	1	8	0
2	8	0	1
2	8	1	0

8	0	1	2
8	0	2	1
8	1	0	2
8	1	2	0
8	2	0	1
8	2	1	0

Agora efetuamos a soma de cada uma das colunas:

$$\begin{array}{cccccc} & & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 2} & \\ & & 0 & 1 & 2 & 8 \\ & & 0 & 1 & 8 & 2 \\ + & & 0 & 2 & 1 & 8 \\ & & 0 & 2 & 8 & 1 \\ & & 0 & 8 & 1 & 2 \\ & & 0 & 8 & 2 & 1 \\ \hline & & 2 & 4 & 4 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} & & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 2} & \\ & & 1 & 0 & 2 & 8 \\ & & 1 & 0 & 8 & 2 \\ + & & 1 & 2 & 0 & 8 \\ & & 1 & 2 & 8 & 0 \\ & & 1 & 8 & 0 & 2 \\ & & 1 & 8 & 2 & 0 \\ \hline & & 8 & 2 & 2 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & \\ & & 2 & 0 & 1 & 8 \\ & & 2 & 0 & 8 & 1 \\ + & & 2 & 1 & 0 & 8 \\ & & 2 & 1 & 8 & 0 \\ & & 2 & 8 & 0 & 1 \\ & & 2 & 8 & 1 & 0 \\ \hline & 1 & 3 & 9 & 9 & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} & & 8 & 0 & 1 & 2 \\ & & 8 & 0 & 2 & 1 \\ + & & 8 & 1 & 0 & 2 \\ & & 8 & 1 & 2 & 0 \\ & & 8 & 2 & 0 & 1 \\ & & 8 & 2 & 1 & 0 \\ \hline & 4 & 8 & 6 & 6 & 6 \end{array}$$

Por fim, somamos os valores obtidos em cada uma das primeiras somas:

$$\begin{array}{cccccc} & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 1} & \\ & 4 & 8 & 6 & 6 & 6 \\ + & 1 & 3 & 9 & 9 & 8 \\ & & 8 & 2 & 2 & 0 \\ & & 2 & 4 & 4 & 2 \\ \hline & 7 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{array}$$

A soma de todos os números formados, portanto, é igual a 73.326.

Alternativa D

Capítulo 3 – Multiplicação e Divisão de Números Naturais

1– (CMC – 2010) Nenhum número pode ser dividido por 0, pois a divisão por 0 é impossível.

Alternativa A

2– (CMSM – 2020) Pelo enunciado sabemos que o número de participantes para cada Colégio Militar é o mesmo. Logo, 150 para cada um. Assim, para descobrir o número total de alunos basta multiplicar 150 pelo número de Colégios Militares, que são 13, de acordo com o mapa dado. Veja na tabela abaixo:

Contagem dos Colégios Militares	Colégio Militar
1	Manaus
2	Belém
3	Fortaleza
4	Recife
5	Salvador
6	Brasília
7	Belo Horizonte
8	Juiz de Fora
9	Rio de Janeiro
10	Campo Grande
11	Curitiba
12	Santa Maria
13	Porto Alegre

Efetuando a multiplicação:

$$\begin{array}{ccccc} & & C & D & U \\ & & {\scriptstyle 1} & \cancel{{\scriptstyle 1}} & \\ & & 1 & 5 & 0 \\ \times & & & 1 & 3 \\ \hline & & 4 & 5 & 0 \\ & 1 & 5 & 0 & + \\ \hline & 1 & 9 & 5 & 0 \end{array}$$

O número total de alunos é 1950. Agora para facilitar a visualização das classes e ordens que compõe esse número, vamos escrevê-lo num quadro:

Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
		1	**9**	**5**	**0**

O número possui, portanto, 2 classes (milhares e unidades simples) e 4 ordens.

Alternativa C

3- (CMJF - 2020) Para descobrir os algarismos que estão faltando vamos analisar os cálculos de multiplicação ordem a ordem, de cima para baixo, começando pelas unidades simples.

		3	4	■
		x	■	2
		■	9	6
3	■	■	2	
3	■	■	1	6

Veja que inicialmente, foi necessário multiplicar 2 por um número desconhecido de modo que o resultado fosse igual a 6 ou que termine em 6. Esse primeiro número, de acordo com a tabuada do 2, pode ser 3 ou 8, já que 2x3 = 6 e 2x8 = 16. Nesse caso, conseguimos concluir que o algarismo faltante é 8, já que na multiplicação da próxima ordem (2x4) tem como resultado 9. Isso significa que deve existir um algarismo 1 a ser somado no 8. Veja:

			1	
		3	4	8
		x	■	2
		■	9	6
3	■	■	2	
3	■	■	1	6

Veja ainda que, nesse primeiro cálculo, é fácil notar que o produto do multiplicador 2 pelo 3 da centena simples do multiplicando deve resultar em um número que também está faltando. Esse número, portanto, é igual a 6.

			1	
		3	4	8
		x	■	2
		6	9	6
3	■	■	2	
3	■	■	1	6

Na próxima etapa, conseguimos descobrir o algarismo das dezenas do multiplicador. Para isso, note que esse número faltante multiplicado por 8 deve resultar em 2, ou em um número que termine em 2. Nesse caso, de acordo com a tabuada do 8, esse número pode ser 32 ou 72. No entanto, se for 32, o algarismo buscado será 4, e a conta não irá fechar, pois ao final não conseguiremos obter o algarismo 3 na ordem das unidades de milhar do resultado. Veja:

Aqui deveria ser 3, e fica 1

		1	3	
		3	4	8
		x	4	2
		6	9	6
1	3	9	2	
3	■	■	1	6

Logo, o resultado só pode ser 72. E, nesse caso, fica o 2 na unidade do resultado e sobe 7 para a próxima ordem. O algarismo faltante do multiplicador é, portanto, igual a 9, já que 9x8 = 72. Veja:

$$\begin{array}{ccccc}
 & & & 7 & \\
 & & 3 & 4 & 8 \\
 & & \times & 9 & 2 \\
\cline{3-5}
 & & 6 & 9 & 6 \\
3 & ■ & ■ & 2 & \\
\hline
3 & ■ & ■ & 1 & 6
\end{array}$$

Na sequência, basta continuar a operação do 348 pelo segundo algarismo (9) do multiplicador (que acabamos de descobrir). Veja:

$$\begin{array}{ccccc}
 & & 4 & 7 & \\
 & & 3 & 4 & 8 \\
 & & \times & 9 & 2 \\
\cline{3-5}
 & & 6 & 9 & 6 \\
3 & ■ & 3 & 2 & \\
\hline
3 & ■ & ■ & 1 & 6
\end{array}
\quad \xrightarrow{\begin{array}{c}9\text{x}3=27\\27+4=31\end{array}} \quad
\begin{array}{ccccc}
 & & 4 & 7 & \\
 & & 3 & 4 & 8 \\
 & & \times & 9 & 2 \\
\cline{3-5}
 & & 6 & 9 & 6 \\
3 & 1 & 3 & 2 & \\
\hline
3 & ■ & ■ & 1 & 6
\end{array}$$

E agora finalizando a adição:

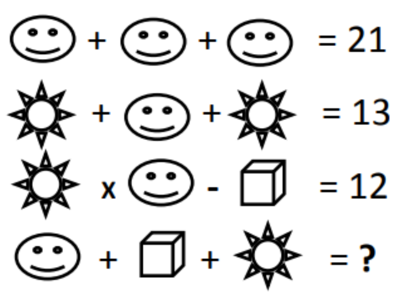
$$\begin{array}{ccccc}
 & & 4 & 7 & \\
 & & 3 & 4 & 8 \\
 & & \times & 9 & 2 \\
\cline{3-5}
 & & {}^{1} & & \\
 & {}^{1} & 6 & 9 & 6 \\
3 & 1 & 3 & 2 & \\
\hline
3 & 2 & 0 & 1 & 6
\end{array}$$

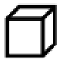
Somando os algarismos do resultado, que foi o que o problema pediu, temos:

$$3 + 2 + 0 + 1 + 6 = 12$$

Alternativa B

4– (CMR – 2019) Para resolver essa questão vamos nomear cada um dos termos que compõe as expressões dadas:



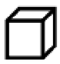
	Carinha feliz
	Solzinho
	Cubinho

Agora observe que, da primeira expressão, temos a soma de três carinhas felizes resultado em 21. Isso é o mesmo que pensar em um número que, ao ser multiplicado por 3, resulta em 21 (já que a soma de elementos repetidos traz a ideia de multiplicação). Dessa forma, descobrimos então que a carinha feliz vale 7.

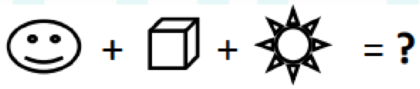
Da segunda expressão temos que a soma de 2 soizinhos com uma carinha feliz é igual a 13. Logo, subtraindo-se 7 de 13 teremos o resultado da soma de dois soizinhos (basta pensar na operação inversa da adição). Portanto, a soma de dois soizinhos é igual a 6 (resultado de $13 - 7$), o que nos leva, portanto, ao valor de cada solzinho sendo igual a 3 (metade de 6).

Da terceira expressão, temos que o produto entre o solzinho e a carinha feliz subtraído do cubinho é igual a 12. Fazendo-se o produto entre o solzinho e a carinha feliz, temos 7x3 = 21. Agora pensemos: que número, ao ser subtraído de 21, resulta em 12? Esse número é o 9, que é, portanto, o valor do cubinho.

Temos, então, os valores para cada símbolo:

	7
	3
	9

Agora basta resolver a expressão final e descobrir o resultado dela:



7+9+3 = 19

O resultado da expressão pedida é 19.

Alternativa A

5- (CPM – 2018) Efetuando a divisão do total de alunos pelo número de alunos em cada grupo, o quociente (resultado) será o número de grupos formados e o resto da divisão será os alunos que sobraram sem fechar um grupo. Assim, temos:

$$\begin{array}{cccc|cc} & 5 & 4 & 0 & 3 & 7 \\ \cline{5-6} - & 3 & 7 & & 1 & 4 \\ \cline{2-3} & 1 & 7 & 0 & & \\ - & 1 & 4 & 8 & & \\ \cline{2-4} & 0 & 2 & 2 & & \end{array}$$

Assim, concluímos que foram obtidos 14 grupos e sobraram 22 alunos sem fechar um grupo. Como cada grupo completo tem 37 alunos, para saber quantos alunos faltam para completar um novo grupo devemos saber quanto falta do 22 para chegar em 37. Para isso, basta efetuar a subtração $37 - 22$.

$$37 - 22 = 15$$

Logo, 14 grupos foram formados e faltavam 15 alunos para formar um novo grupo.

Alternativa D

6- (CMC – 2013) Sabemos que em uma divisão o resto deve ser sempre **menor** do que o divisor. Assim, como o divisor é 7, os possíveis restos são 1, 2, 3, 4, 5, e 6. Como o problema pediu a soma desses possíveis restos, basta somá-los.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

Portanto, a soma dos possíveis restos é igual a 21.

Alternativa C

7- (CMRJ – 2020) A grande sacada desse problema está em perceber que se o resultado final é 77, os únicos números possíveis que, ao serem multiplicados na última etapa, podem ter chegado a esse valor, são 11 e 7. Isso porque os números iniciais deveriam ter somente um algarismo e são números naturais. Veja também que Salomão pensou inicialmente em dois números. Na sequência ele somou esses dois números e obteve o valor de 11 (deve ser o resultado da soma, pois é o maior), e como diferença o valor 7 (é o resultado da diferença, pois é o menor). Agora vamos pensar: que números de apenas um algarismo tem soma 11 e diferença 7? Devemos fazer por tentativa, veja:

Tentativa 1	7	+	4	=	11	Não é 7 e 4, pois a diferença não deu 7
	7	–	4	=	3	
Tentativa 2	8	+	3	=	11	Não é 8 e 3, pois a diferença não deu 7
	8	–	3	=	5	
Tentativa 3	9	+	2	=	11	Encontramos! Soma 11 e diferença 7
	9	–	2	=	7	

Os números são, portanto, 9 e 7, e o maior deles é 9.

Alternativa B

8- (CMM – 2019 – ADAPTADA) O problema quer saber o menor valor absoluto do número obtido pela diferença entre o tempo em que surgiu vida no planeta terra e o dobro do tempo em que surgiu o ser *homo sapiens*. Escrevendo, portanto, os números fornecidos no enunciado e necessários para cálculo com todos os seus algarismos, temos:

Evento	Anos	Em número
Surgimento da vida no planeta terra	4 bilhões e 600 milhões	4.600.000.000
Surgimento do *homo sapiens*	400 mil	400.000

Calculamos, então, primeiramente, o dobro (duas vezes) do tempo do surgimento do *homo sapiens*. Para isso, observe que utilizaremos o macetinho de considerar os zeros à parte na multiplicação:

$$4 \times 2 = 8$$

$$4\color{red}{\mathbf{00000}} \times 2 = 8\color{red}{\mathbf{00000}}$$

E agora efetuamos a subtração:

$$\begin{array}{r@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c@{\quad}c}
 & & {\scriptstyle 5} & {\scriptstyle 9} & {\scriptstyle 9} & & & & & & \\
 & 4 & \cancel{6} & \cancel{10} & \cancel{10} & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & & & & & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
 & 4 & 5 & 9 & 9 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

A diferença é igual a 4.599.200.000. Organizando esse número segundo suas classes e ordens e identificando o algarismo de menor valor absoluto diferente de zero (pedido pelo problema), temos:

Bilhões			Milhões			Milhares			Un. simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
		4	**5**	**9**	**9**	**2**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

O algarismo é o 2, que pertence à centena de milhar.

Alternativa B

9- (CMBH – 2020) Primeiramente vejamos a seguinte ideia: se a descarga velha gasta 60 litros por dia (informação dada no final do enunciado) e cada acionamento dela gasta 15 litros, então para saber o número de acionamentos diários basta dividir 60 por 15.

$$\begin{array}{r|l}
60 & 15 \\ \cline{2-2}
-60 & 4 \\ \cline{1-1}
00 &
\end{array}$$

Ou seja, estamos tratando de 4 acionamentos diários. Como o problema pediu a economia, em litros, podemos calcular a economia para cada acionamento e depois multiplicar pelo número de acionamentos. Assim, para calcular a economia para cada acionamento basta efetuar a subtração $15 - 6$, já que cada acionamento da descarga nova consome 6 litros.

$$15 - 6 = 9$$

Há uma economia, para cada acionamento, portanto, de 9 litros. Agora para saber quanto é economizado no dia, basta multiplicar 9 por 4, já que são realizados 4 acionamentos diariamente.

$$9 \times 4 = 36$$

A economia diária é, portanto, de 36 litros.

Alternativa E

10– (CMS – 2017) Consideremos que o número correto fosse $\boldsymbol{ab}$. Dessa forma, sabemos que ao efetuar a divisão de 810 por $\boldsymbol{ba}$ ($\boldsymbol{ab}$ com os algarismos trocados) ele obteve quociente 17 e resto 11. Escrevendo isso na forma de divisão, temos:

$$
\begin{array}{ccc|cc}
8 & 1 & 0 & b & a \\ \cline{4-5}
 & & & 1 & 7 \\
 & 1 & 1 & &
\end{array}
$$

Agora lembre-se que numa divisão temos a seguinte relação:

Dividendo = Quociente x Divisor + Resto

Assim, podemos escrever:

$$17 \times \boldsymbol{ba} + 11 = 810$$

Ou seja, 17 multiplicado pelo número $\boldsymbol{ba}$ somado de 11 unidades é igual a 810. Utilizando as relações inversas de adição e subtração, sabemos que subtraindo 11 de 810 chegamos ao produto $17 \times \boldsymbol{ba}$. Assim:

$$
\begin{array}{cccc}
 & 7 & 10 & \\
 & \cancel{8} & \cancel{1} & {}^{1}0 \\
- & & 1 & 1 \\ \hline
 & 7 & 9 & 9
\end{array}
$$

Ou seja, o produto $17 \times \boldsymbol{ba}$ é igual a 799. Agora, utilizando as relações inversas entre multiplicação e divisão, para encontrar o número $\boldsymbol{ba}$ basta dividir 799 por 17.

$$
\begin{array}{cccc|cc}
 & 7 & 9 & 9 & 1 & 7 \\ \cline{5-6}
- & 6 & 8 & & 4 & 7 \\ \cline{2-3}
 & 1 & 1 & 9 & & \\
- & 1 & 1 & 9 & & \\ \cline{2-4}
 & 0 & 0 & 0 & &
\end{array}
$$

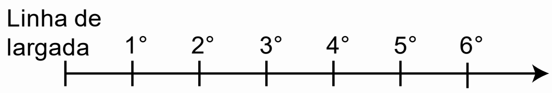
O número $\boldsymbol{ba}$ é, portanto, 47. Logo, $a = 7$ e $b = 4$. O número $\boldsymbol{ab}$, então, é 74. Como o problema pede os valores de quociente e resto para a divisão efetuada da maneira correta, basta efetuar a divisão.

$$
\begin{array}{cccc|cc}
 & 8 & 1 & 0 & 7 & 4 \\ \cline{5-6}
- & 7 & 4 & & 1 & 0 \ \text{Quociente} \\ \cline{2-3}
 & & 7 & 0 & & \\
 & & \text{Resto} & & &
\end{array}
$$

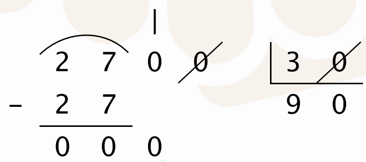
Observe que, ao baixar o 0 após efetuar a subtração $81 - 74$ da primeira parte, o número formado (70) é menor do que o divisor (74). Logo, basta colocar um zero no quociente (formando o quociente 10) e o 70 passa a ser resto. Dentro do conjunto dos números naturais, então, a operação se encerra com quociente 10 e resto 70.

Alternativa A

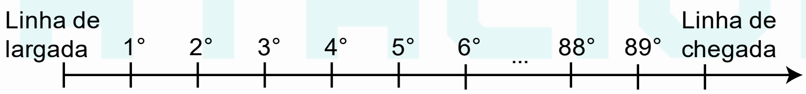
11– (CMF – 2019) Problemas envolvendo "marcos" ou "barreiras" que devem ser colocados em determinadas posições são sempre perigosos e devemos tomar um cuidado especial com eles. É sempre bom procurar fazer um esquema para facilitar o raciocínio e as ideias. Note que os primeiros obstáculos são colocados de 30 em 30 metros (30, 60, 90, ...) e por aí já conseguimos observar essa tendência. Agora veja no esquema abaixo que, para intervalos de distâncias iguais (30 metros), temos a colocação de um marco:



Como a cada 30 metros temos um marco e percurso total tem 2700 metros, a ideia aqui é bastante intuitiva. Basta dividir 2700 por 30 e chegamos ao número de marcos. No entanto, devemos tomar cuidado com o seguinte fato: o problema diz que o último marco é colocado 30 metros antes da linha de chegada. Portanto, a linha de chegada não vale como um marco. Assim, após efetuar essa divisão, devemos subtrair 1 unidade do valor encontrado. Vamos ao cálculo:



Agora subtraindo 1 unidade do 90, chegamos a 89. O esquema ficaria assim:



Alternativa A

12– (CMF – 2019) O maior número natural formado por 4 algarismos ímpares diferentes é o 9753. O segundo maior, portanto, é 9751, basta trocar o algarismo 3 pelo 1. Agora basta efetuar o sequenciamento de operações ditadas no enunciado do problema até encontrarmos a "SOBRA". Começamos multiplicando os valores dos algarismos do número 9751:

- $9 \times 7 \times 5 \times 1 = 315$

Na próxima etapa multiplicamos os algarismos de 315:

- $3 \times 1 \times 5 = 15$

Multiplicando os algarismos de 15:

- $1 \times 5 = 5$

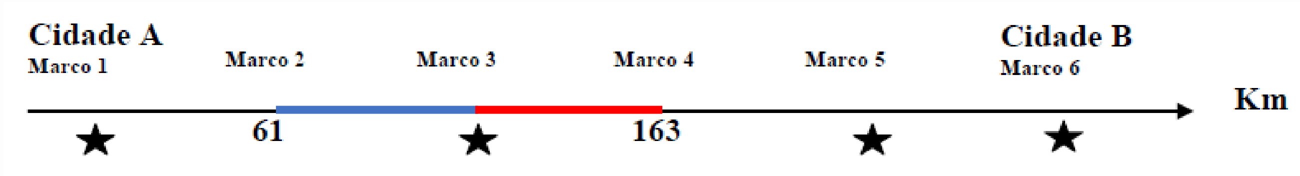
Como chegamos a um número de 1 algarismo, encontramos o valor pedido. A “SOBRA” do número 9751 é, portanto, igual a 5.

Alternativa B

13– (CMC – 2015) De acordo com os valores dados é possível calcular a distância entre os marcos 2 e 4. Basta efetuar a subtração entre a posição do marco 4 (163 km) e a posição do marco 2 (61 km). Assim:

$$163 - 61 = 102$$

Ou seja, a distância entre os marcos 2 e 4 é igual a 102 km. Agora um detalhe: o problema fala que todas as distâncias são iguais. Além disso, temos entre os marcos 2 e 4 exatamente duas dessas distâncias, que estão destacadas abaixo. Veja:



Sabendo disso, basta dividir 102 por 2 e encontraremos a distância entre cada um dos marcos.

$$\begin{array}{rrrr|l} & 1 & 0 & 2 & 2 \\ - & 1 & 0 & & 5\ 1 \\ \hline & 0 & 0 & 2 & \\ & - & 0 & 2 & \\ \hline & & 0 & 0 & \end{array}$$

Assim, a distância entre cada um dos marcos é igual a 51 km. Como o problema pede a distância entre as cidades A e B, que estão, respectivamente, nos marcos 1 e 6, basta multiplicar 51 por 5, já que há 5 distâncias de 51 km entre os marcos 1 e 6. Assim:

$$\begin{array}{rrrr} & & 5 & 1 \\ \times & & & 5 \\ \hline & 2 & 5 & 5 \end{array}$$

Concluímos, então, que a distância entre as cidades A e B é igual a 255 km.

Alternativa B

14– (CMS – 2017) Uma dúvida bastante comum que pode surgir nesse problema é a seguinte: como vou resolvê-lo se não sei quantos ônibus cheios eu tinha no momento inicial? E a resposta pra isso é que esse número não importa! A ideia é que havendo qualquer número de ônibus completos inicialmente, não precisamos saber quantos são e nem quantos passageiros todos eles juntos comportam. Sabendo apenas que o último ônibus ficou incompleto com 21 passageiros, isso significa que esses passageiros “sobraram” e não puderem ser distribuídos em um ônibus completo, já que cada ônibus completo precisa de 29 passageiros. Partindo dessa ideia, e sabendo que esse ano houve 56 passageiros a mais, vamos imaginar que esses 56 passageiros “se juntem” aos 21 passageiros do ano anterior que já formavam um ônibus incompleto. Essa junção pode ser representada pela soma $21 + 56$:

$$\begin{array}{r} 2\ \ 1 \\ +\ \ 5\ \ 6 \\ \hline 7\ \ 7 \end{array}$$

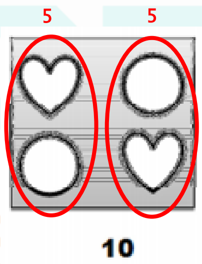
Nessa situação, ficam “sobrando” 77 passageiros. No entanto, 77 é mais do que o número de passageiros que podem ser comportados em um único ônibus, já que cada ônibus comporta 29. Assim, para saber quantos ônibus levarão esses 77 passageiros, basta efetuar a divisão de 77 por 29. O resto dessa divisão nos dará o número de passageiros que irão no ônibus incompleto. Assim:

$$\begin{array}{r|l} 7\ \ 7 & 2\ \ 9 \\ \cline{2-2} -\ \ 5\ \ 8 & 2 \text{ Quociente} \\ \cline{1-1} 1\ \ 9 & \\ \text{Resto} & \end{array}$$

O quociente 2 representa o número de ônibus cheios, e o resto 19 representa os passageiros que “sobraram” e, portanto, irão sozinhos em um ônibus incompleto.

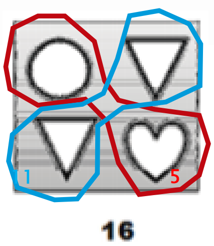
Alternativa D

15– (CMM – 2019) A primeira ideia ao se tentar resolver esse problema é encontrar o valor correspondente a cada símbolo. No entanto, essa não é a melhor ideia, já que os números podem não ser necessariamente inteiros (e nesse caso, não são). Assim, uma sacada muito bacana para resolvê-lo é analisar as figurinhas com atenção e perceber alguns detalhes. Observe a terceira figura dada:



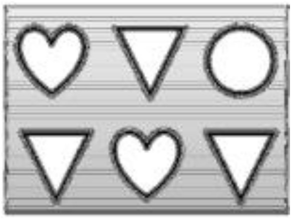
Nessa imagem temos 2 círculos e 2 corações somando 10 unidades. Logo, cada par coração + círculo vale 5 (que é a metade de 10).

Sabendo que cada par coração + círculo vale 5, vamos observar agora a primeira figura:

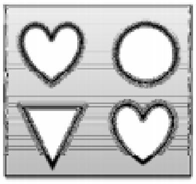


Já sabemos que o par coração + círculo vale 5. Como temos também 2 triângulos e tudo vale 16, então os 2 triângulos juntos valem 11, que é a diferença 16 – 5.

Agora observe a ficha pedida:

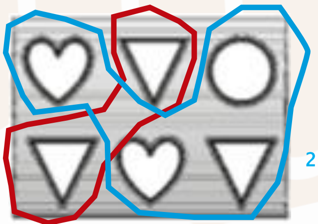


Ela é formada por 2 corações, 3 triângulos e 1 círculo. Mas note: 2 triângulos, conforme já calculamos, vale 11. As formas restantes, que completam juntas 2 corações, 1 triângulo e 1 círculo valem, todas juntas, 12, pois é exatamente o que há na segunda figura. Veja como fica:



A segunda figura é formada por 2 corações, 1 triângulo e 1 círculo, e vale, no total, 12.

E sabendo disso, podemos tirar as seguintes conclusões para a ficha pedida:



Assim, para descobrir o valor total da ficha, basta somar 11 com 12.

$$\begin{array}{r} 11 \\ +\ 12 \\ \hline 23 \end{array}$$

O valor total da ficha é, portanto, igual a 23.

Alternativa D

Capítulo 4 – Múltiplos e Divisores

1- (CMC – 2011) A sequência que contém apenas números primos é: 2, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.

Alternativa D

2- (CMF – 2020) A forma mais simples de resolver esse problema é analisando alternativa a alternativa em busca do número que satisfaça às condições impostas pelo problema. Assim, vamos iniciar nossa análise pela alternativa C e considerar como 1ª, 2ª, 3ª e 4ª condições numeradas de cima para baixo como foi dado no enunciado do problema:

c)

Milhares			Unidades simples		
Centena (6ª)	Dezena (5ª)	Unidade (4ª)	Centena (3ª)	Dezena (2ª)	Unidade (1º)
3	0	6	9	8	5

A 1ª condição diz que eliminando os algarismos da 1ª, 3ª e 5ª ordens é formado um numeral que tem seus algarismos em ordem crescente. Vamos verificar:

Milhares			Unidades simples		
Centena (6ª)	Dezena (5ª)	Unidade (4ª)	Centena (3ª)	Dezena (2ª)	Unidade (1º)
3		6		8	

Essa condição é satisfeita, pois 3, 6 e 8 estão em ordem crescente.
A segunda condição diz que o numeral formado pelos algarismos da classe das unidades simples é maior do que o numeral formado pelos algarismos da classe dos milhares. Vamos ver:

Milhares: 306			Unidades simples: 985		
Centena (6ª)	Dezena (5ª)	Unidade (4ª)	Centena (3ª)	Dezena (2ª)	Unidade (1º)
3	0	6	9	8	5

A segunda condição também é satisfeita.
A terceira condição diz que ao se multiplicar o número por 2, o resultado terá o mesmo número de ordens. Observe que nem é necessário fazer cálculo para afirmar a veracidade dessa afirmação. O número 306.985 é menor do que 400.000. Se fosse 400.000x2 o resultado seria 800.000, que tem, também, 6 ordens. Logo, 306.985x2 será que menor que 800.000 e terá, portanto, 6 ordens também. Terceira condição também satisfeita.
A quarta condição diz que os algarismos da 1ª, 3ª e 5ª ordens formam um numeral divisível por 3. Vamos verificar esse numeral:

Milhares			Unidades simples		
Centena (6ª)	Dezena (5ª)	Unidade (4ª)	Centena (3ª)	Dezena (2ª)	Unidade (1º)
	0		9		5

O número formado é o 095, que é o mesmo que 95. Para verificar se ele é divisível por 3, basta verificar se a soma dos valores desses algarismos é divisível por 3. Vejamos:

$$9 + 5 = 14$$

Como 14 não é divisível por 3, essa condição não é satisfeita. Logo, 306.985 não é a resposta.
Vamos verificar, agora, a alternativa A.

a)

Milhares			Unidades simples		
Centena (6ª)	Dezena (5ª)	Unidade (4ª)	Centena (3ª)	Dezena (2ª)	Unidade (1º)
1	4	8	5	9	3

A 1ª condição diz que eliminando os algarismos da 1ª, 3ª e 5ª ordens é formado um numeral que tem seus algarismos em ordem crescente. Vamos verificar:

Milhares			Unidades simples		
Centena (6ª)	Dezena (5ª)	Unidade (4ª)	Centena (3ª)	Dezena (2ª)	Unidade (1º)
1		8		9	

Essa condição é satisfeita, pois 1, 8 e 9 estão em ordem crescente.
A segunda condição diz que o numeral formado pelos algarismos da classe das unidades simples é maior do que o numeral formado pelos algarismos da classe dos milhares. Vamos ver:

Milhares: **número 148**			Unidades simples: **número 593**		
Centena (6ª)	Dezena (5ª)	Unidade (4ª)	Centena (3ª)	Dezena (2ª)	Unidade (1º)
1	4	8	5	9	3

A segunda condição também é satisfeita.
A terceira condição diz que ao se multiplicar o número por 2, o resultado terá o mesmo número de ordens. Observe que nem é necessário fazer cálculo para afirmar a veracidade dessa afirmação. O número 148.593 é menor do que 200.000. Se fosse 200.000x2 o resultado seria 400.000, que tem, também, 6 ordens. Logo, 148.593x2 será que menor que 400.000 e terá, portanto, 6 ordens também. Terceira condição também satisfeita.
A quarta condição diz que os algarismos da 1ª, 3ª e 5ª ordens formam um numeral divisível por 3. Vamos verificar esse numeral:

Milhares			Unidades simples		
Centena (6ª)	Dezena (5ª)	Unidade (4ª)	Centena (3ª)	Dezena (2ª)	Unidade (1º)
	4		5		3

O número formado é o 453. Para verificar se ele é divisível por 3 basta verificar se a soma dos valores desses algarismos é divisível por 3. Vejamos:

$$4 + 5 + 3 = 12$$

Como 12 é divisível por 3, então 453 também é. 4ª condição, portanto, também satisfeita.
Como as 4 condições foram satisfeitas, 148.593 é o número procurado.

Alternativa A

3- (CPM – 2018) Vamos avaliar cada uma das afirmativas:

I. VERDADEIRA. Para saber quantas balas contém cada saquinho devemos dividir o número de balas (685) pelo número de saquinhos (137). Assim:

$$685 \div 137 = 5$$

II. VERDADEIRA. Sim, 685 é múltiplo de 5, pois termina em 5.
III. FALSA. 685 é divisível por 5, pois termina em 5, mas não é divisível por 3, uma vez que a soma de seus algarismos (6+8+5) é igual a 19.
IV. VERDADEIRA. De fato, conforme já verificado no item III, 685 não é divisível por 3, mas é divisível por 5.
V. FALSA. Conforme verificado na afirmativa I, cada saquinho contém 5 balas e não sobrou nenhuma bala, já que a divisão de 685 por 137 é exata. Afirmativa falsa.
Afirmativas verdadeiras I, II e IV.

Alternativa B

4- (CMB – 2019) Do texto, sabe-se que 2.750.000 usuários compraram o jogo. Escrevendo esse número organizado de acordo com suas classes e ordens, temos:

Milhões			Milhares			Un. simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U
		2	7	5	0	0	0	0

Agora analisando as alternativas:

a) ERRADA. O dobro de 2.750.000 é 5.500.000, e não 5.400.000.
b) CORRETA. O número 2.750.000 é divisível por 2, pois é par, e também é divisível por 5, já que termina em 0. Para saber se ele é divisível por 55, basta efetuar a divisão dele por 55 e verificar se o resto é igual a 0:

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
2 & 7 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5\ 5 \\ \cline{8-8}
2 & 7 & 5 & & & & & 5\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ \cline{1-3}
0 & 0 & 0 & & & & &
\end{array}$$

Como o resto da divisão é zero, então 2.750.000 é divisível, também, por 55.

c) ERRADA. Para verificar isso basta dividir 8.400.000 por 3 e ver se o resultado dá 2.750.000. Veja:

$$
\begin{array}{rl}
\begin{array}{rccccccc}
 & 8 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 6 & & & & & & \\
\hline
 & 2 & 4 & & & & & \\
- & 2 & 4 & & & & & \\
\hline
 & 0 & 0 & & & & &
\end{array}
&
\begin{array}{|c}
3 \\
\hline
2\ 8\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0
\end{array}
\end{array}
$$

O resultado é 2.800.000, e não 2.750.000, como era esperado.

d) ERRADA. A 8ª ordem não possui algarismo, o número 2.750.000 é composto por apenas 7 ordens.

e) ERRADA. O algarismo 5 está aparecendo na dezena de milhar, e não na centena de milhar.

Alternativa B

5- (CMBH – 2020) A maneira mais simples de resolver esse problema é ir testando as alternativas até encontrar aquele que satisfaz a todas as condições. Assim, considerando que as restrições vão da 1ª até a 7ª numeradas de cima para baixo, vamos analisar, primeiramente, a alternativa C, 83.691.207. Organizando esse número de acordo com suas classes e ordens, temos:

	Milhões			Milhares			Un. simples		
c)	C	D	U	C	D	U	C	D	U
		8	3	6	9	1	2	0	7

– A 1ª restrição diz que o algarismo das unidades simples é primo. E de fato, o algarismo das unidades é o 7, que é primo. Condição satisfeita.

– A 2ª restrição diz que o algarismo das dezenas de milhão não é primo. De fato, o algarismo das dezenas de milhão é o 8, que não é primo. Condição satisfeita.

– A 3ª restrição diz que o algarismo das dezenas simples é o resultado de $8 - 4 \times 2$. De fato, fazendo primeiro a multiplicação temos $4 \times 2 = 8$ e, na sequência, $8 - 8 = 0$. 0 é o algarismo das dezenas simples. Condição satisfeita.

– A 4ª restrição diz que o algarismo das centenas simples é primo e par. De fato, o algarismo das centenas simples é o 2, que é, sim, primo e par. Condição satisfeita.

– A 5ª condição diz que o algarismo das dezenas de milhar é um número ímpar, igual ao triplo de um número primo. De fato, esse algarismo é o 9, que é o triplo de um número primo (3) e é, também, ímpar. Condição satisfeita.

– A 6ª condição diz que o algarismo das centenas de milhar é divisível por 2 e por 3. De fato, esse algarismo é o 6, que é, sim, divisível por 2 e por 3. Condição satisfeita.

– A 7ª condição diz que o algarismo das unidades de milhar é divisor de 21. Esse algarismo é o 1, que é, sim, divisor de 21 (e também divisor de qualquer número natural). Condição satisfeita.

Assim, concluímos que o número 83.691.207 satisfaz a todas as condições e é, portanto, o número procurado.

Alternativa C

6- (CPM – 2015) A fatoração simultânea de 2700 e 360 é extremamente trabalhosa, uma vez que são números grandes. Assim, para facilitar o cálculo, podemos primeiro dividir 2700 e 360 por números que sejam divisores comuns a ambos a fim de reduzi-los e, na sequência, calculamos MMC e MDC dos números reduzidos. Depois, basta multiplicar o MMC e MDC encontrados pelos fatores pelos quais se dividiu o 2700 e o 360 inicialmente. Veja:

2700, 360

$2700 \div 10 = 270$
$360 \div 10 = 36$

270, 36

$270 \div 9 = 30$
$36 \div 9 = 4$

30, 4

$30 \div 2 = 15$
$4 \div 2 = 2$

15, 2

Agora, calculamos o MMC e o MDC entre 15 e 2:

15,	2	2
15,	1	3
5,	1	5
1	1	MMC: 2x3x5=30
		MDC: 1

MDC = 1 porque não teve nenhum fator que dividiu simultaneamente 15 e 2. Esses fatores ganham "asterisco" na fatoração. Como nenhum fator ganhou asterisco, o MDC = 1.

Agora, tomamos o MMC e o MDC encontrados e multiplicamos por 2, depois por 9 e depois por 10, já que efetuamos operações de divisão por esses fatores com os números iniciais, que eram 2700 e 360. Assim:

MMC (2700, 360) = 30x2x9x10 = 5400
MDC (2700, 360) = 1x2x9x10 = 180

Mas o problema pediu a diferença entre o MMC e o MDC entre eles:

$$5400 - 180 = 5220$$

A diferença pedida é igual a 5220.

Alternativa C

7- (CMR – 2019) É fácil perceber que a tabela é formada por números que são múltiplos de 3. Assim, devemos procurar a linha que contém apenas múltiplos de 3. Lembre-se ainda que, para um número ser múltiplo de 3, a soma dos valores de seus algarismos deve ser um múltiplo de 3. Veja a análise:

a)	76			87		INCORRETA. 76 não é múltiplo de 3.
b)		80			90	INCORRETA. 80 não é múltiplo de 3.
c)			109		115	INCORRETA. 109 e 115 não são múltiplos de 3.
d)		261		267		CORRETA. 261 E 267 são múltiplos de 3.
e)		290			300	INCORRETA. 290 não é múltiplo de 3.

Alternativa D

8– (CMR – 2019) Serão formados 2 grupos, um com 42 alunos e o outro com 18. Esses grupos deverão ser divididos em equipes, e a primeira condição para a formação dessas equipes é que todas tenham o mesmo número de alunos. Daí, concluímos que o número de alunos para cada equipe deve ser um divisor comum de 42 e 18, pois, se não for, ao se dividir 42 ou 18 por esse número o quociente não será inteiro (e isso é impossível, pois o quociente nos dará o número de equipes de cada grupo, que deve ser inteiro). Além disso, a segunda condição diz que esse número de alunos por equipe deve ser o maior possível. Logo, além de esse número ser um divisor comum de 42 e 18, deve ser o máximo divisor comum. Dessa forma, vamos calcular o MDC (42,18) para estabelecer o número de alunos por equipe. Por fatoração simultânea, temos:

$$
\begin{array}{rr|l}
42, & 18 & 2^* \\
21, & 9 & 3^* \\
7, & 3 & 3 \\
7, & 1 & 7 \\
\hline
1, & 1 & \text{MDC } (2,\ 3) = 2\text{x}3 = 6
\end{array}
$$

Concluímos, portanto, que o número de alunos por equipe será 6. Agora, para calcular quantas equipes serão formadas para cada grupo, basta dividir o número de alunos de cada grupo pelo número de alunos que irá compor cada equipe (o 6, que acabamos de calcular). Temos, portanto:

$$42 \div 6 = 7$$

$$18 \div 6 = 3$$

O grupo de 42 alunos formará 7 equipes, e o grupo de 18 alunos, 3 equipes. Isso totaliza 7+3 = 10 equipes. Teremos, por fim, 10 equipes e 6 alunos por equipe.

Alternativa B

9– (CMF – 2020) A ideia primordial desse problema, para descobrir o valor de cada prestação, seria simplesmente somar os valores das 3 prestações e dividir essa soma por 9. No entanto, há um algarismo faltante no valor relativo a março. E para descobri-lo vamos precisar de algumas sacadas. Vamos, primeiramente, efetuar a soma até onde seja possível:

$$
\begin{array}{ccccc}
 & ^{1} & ^{2} & ^{1} & \\
 & 2 & 1 & 4 & 3 \\
+ & 6 & 8 & 9 & 7 \\
 & ? & 5 & 8 & 6 \\
\hline
 & & 6 & 2 & 6
\end{array}
$$

Agora note o seguinte: na ordem das unidades de milhar dessa soma não é possível concluir a operação, já que falta um algarismo. No entanto, aqui vai a grande sacada do problema: podemos não saber que algarismo (ou que algarismos) vão ali, no entanto, sabemos que certamente o resultado final formado deverá ser divisível por 9, pois pelas alternativas notamos que todos os valores (possíveis valores de prestações) são números naturais. Agora lembremos que para um número ser divisível por 9, a soma de seus algarismos deve resultar em um número divisível por 9. Partindo dessa ideia, podemos deduzir qual é o algarismo faltante no valor relativo a março verificando quando a soma será divisível por 9. Vejamos o caso para o algarismo faltante ser 1 (não tem sentido ser 0, senão o número teria 3 algarismos):

$$\begin{array}{ccccc} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 1} & \\ & 2 & 1 & 4 & 3 \\ + & 6 & 8 & 9 & 7 \\ & 1 & 5 & 8 & 6 \\ \hline 1 & 0 & 6 & 2 & 6 \end{array}$$

Veja que o resultado obtido, 10.626, não é divisível por 9, uma vez que a soma 1+0+6+2+6 = 15, e 15 não é divisível por 9. Assim, seguindo com as demais tentativas, conseguimos concluir que o único número de 1 algarismo que satisfará a essa condição será o 4. Veja:

$$\begin{array}{ccccc} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 1} & \\ & 2 & 1 & 4 & 3 \\ + & 6 & 8 & 9 & 7 \\ & 4 & 5 & 8 & 6 \\ \hline 1 & 3 & 6 & 2 & 6 \end{array}$$

O número 13.626 é divisível por 9, pois 1+3+6+2+6 = 18, e 18 é divisível por 9. Com isso, descobrimos também que a soma dos valores relativos a janeiro, fevereiro e março é R$13.626,00. Agora, para saber o valor de cada prestação a ser paga, basta dividir esse valor por 9.

$$13626 \div 9 = 1514$$

O valor de cada prestação a ser paga será de R$1514,00.

Alternativa C

10- (CMC – 2010) Para saber quantas páginas foram impressas sem falhas, vamos primeiro calcular quantas páginas foram impressas com falhas. Para isso, sabemos que o cartucho de tinta azul falhou nas páginas que são múltiplas de 6, e o cartucho de tinta vermelha falhou nas páginas que são múltiplas de 8. Montamos então um esquema com as páginas que falharam para cada cor de acordo com os múltiplos até o número 48:

- Falhas na tinta azul nas páginas: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48
- Falhas na tinta vermelha nas páginas: 8, 16, 24, 32, 40, 48

Agora vamos montar um esquema com todas as páginas que falharam. Observe que não podemos repetir ou contabilizar duas vezes páginas em que falharam os cartuchos das duas tintas, já que são uma única página. Assim, temos as seguintes páginas com falhas:

6, 8, 12, 16, 18, 24, 30, 32, 36, 40, 42, 48

Isso nos dá um total de 12 páginas com falhas. Como o trabalho tem um total de 48 páginas, para saber quantas páginas foram impressas sem falhas basta subtrair 12 de 48. Assim:

$$48 - 12 = 36$$

Portanto, foram impressas 36 páginas sem falhas.

Alternativa C

11– (CMS – 2017) Pela ideia de organização retangular, é possível perceber que, no caso dos 18 quadradinhos, para formar retângulos o número de linhas e o número de colunas devem ser divisores de 18 e, além disso, ao serem multiplicados entre si, resultam 18. Em outras palavras, devemos tomar os divisores de 18 aos pares de modo que o produto entre eles seja 18. Cada um desses pares representa um retângulo diferente. Além disso, conforme foi explicitado no enunciado, ao se inverter o número de linhas e colunas os retângulos são considerados iguais. No exemplo dado para o 18 ficou assim:

N° do par	N° de linhas	N° de colunas	Produto entre linhas e colunas
1	1	18	1x8 = 18
2	2	9	2x9 = 18
3	3	6	3x6 = 18

Seguindo a mesma linha de raciocínio, basta contar o número de pares linhas x colunas que resultam em 90. Veja:

N° do par	N° de linhas	N° de colunas	Produto entre linhas e colunas
1	1	90	1x90 = 90
2	2	45	2x45 = 90
3	3	30	3x30 = 90
4	5	18	5x18 = 90
5	6	15	6x15 = 90
6	9	10	9x10 = 90

Existem, portanto, 6 pares capazes de formar retângulos com um total de 90 quadradinhos.

Alternativa D

12– (CMRJ – 2019) A ideia nesse problema é dividir os 528 kg de açúcar, 240 kg de feijão e 2016 kg de arroz em “porções” de modo a se obter, a partir delas, várias cestas. Note que cada porção poderá ter quantidades diferentes (em kg) de cada alimento. No entanto, o número de porções deverá ser o mesmo para que sejam colocados igualmente em cada cesta. Veja que esse número de “porções” irá coincidir com a quantidade de cestas, pois cada porção será colocada em uma cesta. Compreendido isso, notemos que o número de cestas deve ser um divisor de 528, 240 e 2016, pois se não for irão “sobrar” kg de alimentos ou algumas cestas poderão ficar com quantidades diferentes de um mesmo alimento. Além disso, como queremos o máximo número de cestas possível, esse número deve ser o máximo divisor comum entre 528, 240 e 2016. Assim, montando o esquema para fatoração simultânea, temos:

$$\begin{array}{ccc|} 2016, & 528, & 240 \\ & & \end{array}$$

Mas tratam-se de números "grandes". Assim, podemos efetuar algumas divisões por fatores não primos que sejam divisores dos três termos a fim de facilitar o nosso cálculo e ganhar tempo. Efetuando duas divisões por 4, temos:

$2016 \div 4 = 504$
$528 \div 4 = 132$
$240 \div 4 = 60$

$504 \div 4 = 126$
$132 \div 4 = 33$
$60 \div 4 = 15$

$$\begin{array}{ccc|} 2016, & 528, & 240 \\ & & \\ 504, & 132, & 60 \\ & & \\ 126, & 33, & 15 \end{array}$$

E agora é possível efetuar a fatoração simultânea de maneira bem mais simples e rápida:

$$\begin{array}{ccc|l} 126, & 33, & 15 & 2 \\ 63, & 33, & 15 & 3^{*} \\ 21, & 11, & 5 & \end{array}$$

E aqui podemos encerrar a fatoração, pois não haverá mais nenhum divisor comum entre o 21, o 11 e o 5, já que 11 e 5 são primos. Logo:

$$\begin{array}{ccc|l} 126, & 33, & 15 & 2 \\ 63, & 33, & 15 & 3^{*} \\ \hline 21, & 11, & 5 & \text{MDC } (126, 33, 15) = 3 \end{array}$$

Agora, tomamos o MMC encontrado (3) e o multiplicamos por 4 duas vezes consecutivas, já que efetuamos operações de divisão por esses fatores com os números iniciais, que eram 2016, 528 e 240. Assim:

$$3 \times 4 \times 4 = 48$$

Assim, concluímos que o MMC (2016, 528, 240) = 48. Logo, serão obtidas 48 cestas. Por fim, para saber quantos kg de arroz caberão em cada cesta, basta dividir os 2016 kg de arroz pelas 48 cestas.

$$2016 \div 48 = 42$$

Cada cesta terá, portanto, 42 kg de arroz.

Alternativa D

13- (CMF – 2019) É pedido, pelo problema, o valor de uma expressão que envolve os valores dos números **A** e **B**. Assim, a ideia é, primeiramente, descobrir esses valores. Para isso, foi dada a dica de que o número de divisores do algarismo **A** é igual à metade de **A**. Para calcular a metade de **A** e o número ser inteiro, esse número deve ser par. Logo, concluímos que **A** é par. Além disso, vamos notar que **A** é um número de apenas um algarismo. Com essas informações, por tentativa, é possível descobrir o valor de **A** analisando os números pares de apenas 1 algarismo. Veja:

N°	Divisores do número	Total de divisores
2	1 e 2	2
4	1, 2 e 4	3
6	1, 2, 3, 6	4
8	1, 2, 4, 8	4

Note que o único número que possui um total de divisores igual a sua metade é o 8. Portanto, concluímos que o valor de A é igual a 8. Com isso, conseguimos resolver a adição da expressão dada:

$$\mathbf{8}298 + 5647 - \mathbf{B}998 = 5947$$

$$8298 + 5647 = 13945$$

Agora, por análise da operação de subtração, conseguimos descobrir o valor de **B**. Basta notar que o resultado da subtração deve ser 5947. Assim:

$$\begin{array}{ccccc} & ^{12} & ^{18} & ^{13} & \\ \cancel{1} & \cancel{3} & \cancel{9} & \cancel{4} & {}^{1}5 \\ & \mathbf{B} & 9 & 9 & 8 \\ \hline & 5 & 9 & 4 & 7 \end{array}$$

Agora, para finalizar e encontrar o valor de **B**, basta descobrir que número subtraído de 12 resulta em 5. Esse número é 7. Portanto, **B = 7**. Agora vamos ao pedido do problema: o valor do dobro de **A** somado com o triplo de **B**.

Dobro de **A**: 8x2 = 16
Triplo de **B**: 3x7 = 21
A soma do dobro de **A** com o triplo de **B**: 16 + 21 = 37

O valor pedido é, portanto, igual a 37.

Alternativa D

14- (CMRJ – 2020) Primeiramente, notemos que esse problema trata de eventos que se repetem em intervalos iguais e queremos saber o "número de encontros" entre eles. Logo, provavelmente utilizaremos a ideia de MMC. Um detalhe bem importante que muitos alunos acabam se perdendo é com relação aos intervalos de repetição. Tomemos, como exemplo, o Arthur. O problema diz que a cada 3 tiros errados, ele acerta 1. Logo, ele dará um tiro certo a cada 4 tiros. O intervalo de repetição do tiro certo é de 4 em 4. Com isso, temos para cada competidor:

Arthur: Acerta o alvo a cada 4 tiros
Bruno: Acerta o alvo a cada 6 tiros
César: acerta o alvo a cada 8 tiros

E nesse ponto vale a pena frisar: tirando-se o MMC (4, 5, 8) estaremos calculando após quantos tiros os competidores acertarão o alvo juntos **após um primeiro "encontro"**. Essa ressalva é muito importante, pois, se não houver um primeiro encontro, eles jamais se encontrarão. E para definir o primeiro "encontro" devemos montar um esqueminha / tabela que nos auxilie com isso. Na tabela abaixo, **A** representa o Arthur, **B** o Bruno, **C** o César, e as células marcadas com um X representam os acertos de cada um deles. Os números, representados na primeira linha, representam o 1°, 2°, 3°, ... tiros. Lembre-se ainda que Arthur acertou seu primeiro tiro na 2ª tentativa, Bruno, na 3ª, e César, na 4ª tentativa. Veja como fica:

	1°	**2°**	**3°**	**4°**	**...**
Arthur		X			
Bruno			X		
César				X	

Agora vamos prolongar esse esquema e marcar mais alguns tiros em busca do primeiro encontro. Lembre-se que Arthur tem um acerto a cada 4 tiros, Bruno a cada 6 tiros, e César, a cada 8 tiros.

	1°	**2°**	**3°**	**4°**	**5°**	**6°**	**7°**	**8°**	**9°**	**10°**	**11°**	**12°**	**13°**	**...**
Arthur		X				X				X				...
Bruno			X						X					...
César				X								X		...

Seria possível continuar o esquema, mas somente feito até aqui já é possível observar uma tendência: note que Bruno irá acertar o alvo nos tiros 3, 9, 15, 21, 27, ..., que são sempre números ímpares. Isso é esperado, já que estamos sempre somando um número par (6) em um número ímpar. Note ainda que, seguindo o mesmo raciocínio, Arthur e César estarão acertando aos alvos sempre em valores pares, já que estamos somando números pares (4 para Arthur e 8 para César) em números pares. Assim, não haverá um primeiro encontro nunca, já que Bruno estará fazendo acertos em números ímpares e Arthur e César em números pares. Consequentemente, eles não acertarão ao alvo simultaneamente, até o 420° tiro, nenhuma vez (0).

Alternativa E

15- (CMF - 2020) Esse é um problema clássico e com uma sacada bastante sutil. Observe as duas dicas dadas no início do enunciado:

1ª: quando os alunos se dividiam em grupo de 3 alunos, 2 alunos sobravam.
2ª: quando eles se dividiam em grupos de 5 alunos, 2 alunos sobravam também.

A grande chave do problema está nessas duas dicas. Veja que, em nenhuma dica é possível concluir o número total de alunos da escola. No entanto, é possível concluir que a divisão desse número deixa resto 2 nas divisões por 3 e por 5. Considerando esse número de alunos como sendo **X**, note que se **X** deixa resto 2 nas divisões por 3 e 5, então **X** não é um múltiplo de 3 e de 5. No entanto, ele pode ser 2 unidades a mais do que qualquer múltiplo comum a 3 e 5, pois lembre-se da importante relação já estudada entre dividendo e resto: para cada unidade aumentada no dividendo, o resto também aumentará em 1 unidade. Isso deverá acontecer até o momento em que o resto irá se tornar igual ao divisor. Nesse momento, o resto passa a ser 0, e o quociente aumenta em 1 unidade. Assim, a ideia inicial aqui será calcular os múltiplos comuns a 3 e 5, somar 2 a eles, e notar que qualquer um desses valores obtidos poderá ser o valor de **X**. Para prosseguir, lembre-se ainda que todos os múltiplos comuns de 3 e 5 são também múltiplos do MMC (3, 5). Assim, vamos, primeiramente, calcular o MMC (3,5). Faremos isso mentalmente, tomando os múltiplos de 5. Veja:

5 x 1 = **5**	O produto (resultado) 5 não é múltiplo de 3, pois não está na tabuada do 3. Portanto, não é o MMC.
5 x 2 = **10**	O produto 10 não é múltiplo de 3, pois não está na tabuada do 3. Portanto, não é o MMC.
5 x 3 = **15**	O produto 15 é múltiplo também de 3, pois está na tabuada do 3. 3x5 = 15. Portanto, 15 é o MMC

E agora podemos formar o conjunto dos múltiplos comuns a 3 e 5, que são também múltiplos de 15:

15, 30, 45, 60, 75, ...

Mas veja: todos esses números deixam resto 0 na divisão por 3 e 5. Para que deixem resto 2, devemos somar 2 a todos eles:

17, 32, 47, 62, 77, ...

E conforme já foi dito, a grande sacada é perceber que qualquer um desses números pode ser o número de alunos dessa escola (**X**), e para todos eles conseguimos encontrar o mesmo valor pedido pelo problema (quantos alunos a mais devem ser convidados para que não sobrem ninguém). Para fins de demonstração, vamos fazer dois testes apenas para ilustrar a ideia. Supondo que o número **X** seja 17, sabemos que, para que não falte nenhum aluno, o número mínimo de alunos deveria ser 30 (o próximo múltiplo comum a 3 e 5, o que tornaria o resto igual a 0). E, para isso, deverão ser convidados mais 13 alunos, que é a diferença entre 30 e 17:

$$30 - 17 = 13$$

Ou seja, mais 13 alunos devem ser convidados. E note que, se escolhermos para **X** o número 32, o número de alunos para que não sobre nenhum aluno seria 45 (o próximo múltiplo comum a 3 e 5, o que tornaria o resto igual a 0). E, para isso, deveriam ser convidados mais 13 alunos também, que é a diferença entre 45 e 32:

$$45 - 32 = 13$$

Assim, concluímos que para qualquer que seja o número de alunos dessa escola que satisfaça as condições do problema, sempre serão necessários convidar mais 13 alunos para que não sobre nenhum.

Alternativa A

Capítulo 5 – Potenciação e Radiciação com Números Naturais

1– (EPDP – 2019) A raiz quadrada de 64 pode ser representada por $\sqrt{64}$. Isso significa o número que, quando multiplicado por ele mesmo, resulta em 64. A partir de nossos conhecimentos de tabuada, sabemos que esse número é 8, afinal, $8.8 = 64$.

Alternativa B

2– (EPDP – 2019) Observando a sequência, é possível perceber:

- 2x2 = 4
- 4x4 = 16

Como não temos outras informações a respeito disso, supõe-se que basta pegar o número ao qual se chegou e multiplicá-lo por ele mesmo, ou seja, elevá-lo ao quadrado. Portanto, tomamos o 16 e multiplicamos por ele mesmo para obter o próximo número.

$$16.16 = 256$$

Alternativa D

3– (EPDP – 2019) Elevar um valor ao quadrado é o mesmo que multiplicá-lo por ele mesmo. Como o lado desse quadrado é igual a 18 cm, basta multiplicar 18 por 18.

$$18.18 = 324$$

Como a medida do lado foi dada em cm, a área deverá sair em cm². Logo, 324 cm² é a área do quadrado.

Alternativa C

4– (EPDP – 2019) Podemos calcular a raiz quadrada de 196 por fatoração e juntando os pares. Assim, temos:

$$\begin{array}{r|l}
196 & \left.\begin{matrix}2\\2\end{matrix}\right\rangle 2 \\
98 & \\
49 & \left.\begin{matrix}7\\7\end{matrix}\right\rangle 7 \\
7 & \\
1 &
\end{array}$$

Agora basta multiplicar os pares obtidos e temos a raiz quadrada de 196:

$$2.7 = 14$$

Logo, $\sqrt{196} = 14$. A única alternativa que tem uma característica do 14 é a que diz que ele é um múltiplo de 7, pois $7.2 = 14$.

Alternativa C

5- (CMC - 2012) Não temos informações suficientes para calcular o número **n**. Logo, o que nos resta é começar a "chutar" valores e verificar aqueles que satisfazem as condições dadas. Obviamente, trata-se de um número relativamente pequeno, uma vez que seu quadrado tem dois algarismos e, seu cubo, três. Além disso, como o quadrado e o cubo desse número são números ímpares, certamente esse número é ímpar, já que apenas é possível que um produto seja ímpar se todos os fatores do produto forem ímpares. Assim, vamos verificar alguns possíveis candidatos a serem **n**:

- $n = 3 \rightarrow 3^2 = 3.3 = 9$. O quadrado tem apenas um algarismo, não pode ser;
- $n = 5 \rightarrow 5^2 = 5.5 = 25$ e $5^3 = 5.5.5 = 125$. Pode ser, pois o resultado de 5^2 tem dois algarismos e o resultado de 5^3 tem três algarismos.

O problema diz também que a diferença entre o cubo e o quadrado desse número é um número par e quadrado perfeito. Assim, vamos testar a diferença entre o cubo de 5 (125) e o quadrado de 5 (25):

$$125 - 25 = 100$$

Essa diferença é 100, que é um par e é um quadrado perfeito (tem raiz quadrada exata, vale 10). Assim, não precisamos mais testar os demais números, uma vez que, partindo-se do pressuposto que a questão está correta, o número 5 é o único que satisfaz às condições impostas.

Alternativa C

6- (EPDP - 2019) Não há necessidade nem de fazer conta aqui. Como 25 é um múltiplo de 5, o quadrado de 25 (no caso, 25x25) certamente será também um múltiplo de 5. Assim, o resto da divisão desse número por 5 será necessariamente igual a 0.

Alternativa A

7- (CMC - 2010) Observando a tabela, concluímos que 1 terabyte = 1024 gigabytes. Veja:

1 byte	=	8 bits
1 kilobyte	=	1024 bytes
1 megabyte	=	1024 kilobytes
1 gigabyte	=	1024 megabytes
1 terabyte	=	1024 gigabytes

Para descobrir qual é a potência que representa, então, o número 1024, basta fatorá-lo.

$$
\begin{array}{r|l}
1024 & 2 \\
512 & 2 \\
256 & 2 \\
128 & 2 \\
64 & 2 \\
32 & 2 \\
16 & 2 \\
8 & 2 \\
4 & 2 \\
2 & 2 \\
\hline
1 & 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2 = 2^{10}
\end{array}
$$

Assim, a potência que representa 1024 gigabytes é 2^{10}.

Alternativa D

8- (CMRJ – 2019) Para calcular a idade completa de Stan Lee em 28 de dezembro de 2018, basta efetuar a subtração entre 2018 e o ano em que ele nasceu (1922). Temos, então:

$$2018 - 1922 = 96$$

Na sequência devemos fatorar o 96 e ver qual das alternativas bate com o fator / expoente dados.

$$
\begin{array}{r|l}
96 & 2 \\
48 & 2 \\
24 & 2 \\
12 & 2 \\
6 & 2 \\
3 & 3 \\
\hline
1 & 2.2.2.2.2.3 = 2^5.3
\end{array}
$$

É possível notar, portanto, pela fatoração, que o número 96 possui expoente 5 para o fator 2 e expoente 1 para o fator 3 (lembre-se que se o expoente não aparece subentende-se que é 1).

Alternativa C

9- (CPM – 2016) A ideia é imaginar a folha de papel sulfite dobrando. Na primeira dobra o tamanho de cada pedaço cai pela metade e, logo, são obtidos 2 novos retângulos. Na segunda dobra, o tamanho de cada pedaço cai pela metade novamente e, logo, são obtidos 4 novos retângulos. Assim, é possível concluir que cada retângulo dá origem a 2 novos retângulos. Logo, a cada dobra o número de retângulos será multiplicado por 2. Montando uma tabelinha fica fácil de visualizar:

1ª dobra	2ª dobra	3ª dobra	4ª dobra	5ª dobra	6ª dobra	7ª dobra
2	$2.2 = 4$	$4.2 = 8$	$8.2 = 16$	$16.2 = 32$	$32.2 = 64$	$64.2 = 128$

Após a 7ª dobra, portanto, obteremos 128 retângulos.

Alternativa C

10- (EPDP - 2019) O problema deu a dica de que $3^4 = 81$. Mas $3^4 = 3.3.3.3$. Assim, a cada quatro "3" em sequência que tomarmos, podemos substituí-lo por 81. Veja:

$$\underbrace{3.3.3.3}_{81}.\underbrace{3.3.3.3}_{81}$$

Assim, basta multiplicar 81.81 e chegamos ao resultado da expressão.

$$81.81 = 6561$$

Alternativa D

11- (EPDP - 2019) Avaliando uma a uma:

a) INCORRETA. $4^2 = 4.4 = 16$, e não 8.
b) INCORRETA. $5^3 = 5.5.5 = 125$, e não 15.
c) CORRETA. $11^2 = 121$
d) CORRETA. $9^5 = 9x9x9x9x9$. Na afirmação dada o 9 se repete 6 vezes em sequência, deveria ser 5 vezes.

Alternativa C

12- (CMB - 2019) De acordo com o texto, o rei deveria pagar ao sacerdote 1 grão de arroz pela primeira casa do tabuleiro, 2 grãos de arroz pela segunda, 4 para a terceira, e assim sucessivamente. Veja, primeiramente, que se trata de uma sequência na qual, para encontrar o próximo termo, basta dobrar o termo atual. Isso nos daria para as 13 primeiras casas as seguintes quantidades de grãos de arroz:

Casa	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª
Grãos	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

Agora basta somar todos os grãos obtidos em todas as casas e, com isso, descobrir qual é o algarismo das unidades de milhar dessa soma. No entanto, existe uma tendência bastante interessante nessa soma que nos ajuda a poupar tempo. Observe:

Soma dos grãos da 1ª e 2ª casas: $1 + 2 = \mathbf{3}$
Soma dos grãos da 1ª, 2ª e 3ª casas: $1 + 2 + 4 = \mathbf{7}$
Soma dos grãos da 1ª, 2ª, 3ª e 4ª casas: $1 + 2 + 4 + 8 = \mathbf{15}$
Soma dos grãos da 1ª, 2ª, 3ª, 4ª e 5ª casas: $1 + 2 + 4 + 8 + 16 = \mathbf{31}$

⋮

Note que o valor da soma sempre é 1 unidade a menos do que o número de grãos da próxima casinha. Pra você entender:

Soma dos grãos da 1ª e 2ª casas: $\mathbf{3}$, que é 1 a menos do que 4 (número de grãos da 3ª casinha)
Soma dos grãos da 1ª, 2ª e 3ª casas: $\mathbf{7}$, que é 1 a menos do que 8 (número de grãos da 4ª casinha)
Soma dos grãos da 1ª, 2ª, 3ª e 4ª casas: $\mathbf{15}$, que é 1 a menos do que 16 (número de grãos da 5ª casinha)

⋮

Com isso fica fácil perceber que para calcular a soma de todos os grãos até a 13ª casinha, basta calcular o número de grãos da 14ª casinha e subtrair, desse valor, 1 unidade. Assim, para a 14ª casinha, temos:

$$4096 \times 2 = 8192$$

Subtraindo 1 unidade:

$$8192 - 1 = 8191$$

Verificando o algarismo da unidade de milhar de 8191:

Milhares			Unidades simples		
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
		8	**1**	**9**	**1**

O algarismo é, portanto, 8.

Alternativa A

13– (EPDP – 2019) É muito tentador nesse tipo de problema contar os "zeros" de cada um dos fatores e imaginar que esse será o número de "zeros" ao final do produto. No entanto, o número de zeros presentes ao final de um produto de vários números será determinado pela quantidade de "2" e de "5" presentes na fatoração dos números que compõe a multiplicação, já que cada par 2.5 = 10. Aquele que se repetir menos vezes, ditará quantas vezes o 0 aparecerá. Assim, notemos que todos os números dados são pares e também múltiplos de 5, já que terminam em 0. Logo, todos terão "2" e "5" presentes em suas fatorações. Mas, certamente, o número "2" irá se repetir mais vezes na fatoração deles, uma vez que todos os números da sequência podem ser divididos por 2 várias vezes em suas fatorações. Vamos checar as fatorações de cada um deles (pode ser feita mentalmente de maneira rápida) e verificar quantas vezes o 2 se repete e quantas vezes o 5 se repete:

• 10 = 2.5	• 60 = 2.2.3.5
• 20 = 2.2.5	• 70 = 2.5.7
• 30 = 2.3.5	• 80 = 2.2.2.2.5
• 40 = 2.2.2.5	• 90 = 2.3.3.5
• 50 = 2.5.5	• 100 = 2.2.5.5

O "2" se repete 18 vezes, enquanto o "5" se repete apenas 12 vezes. Logo, apenas 12 pares 2.5 poderão ser formados, o que totalizará 12 zeros no produto final de todos os números.

Alternativa A

14– (EPDP – 2019) O número de zeros presentes ao final de um produto de vários números será determinado pela quantidade de "2" e de "5" presentes na fatoração desse número, já que cada par 2.5 = 10. Como na sequência dada há somente números ímpares, não haverá nenhum número "2" presente nas fatorações dos números. Portanto, não haverá nenhum zero ao final desse produto, ou seja, 0 zeros.

Alternativa B

15- (CMC – 2019 – ADAPTADA) O problema deu a dica de que a área de um retângulo é calculada pelo produto das medidas dos seus lados. Observe, agora, que as medidas de cada retângulo, segundo o problema são:

- 1° retângulo: medidas 10 por 11;
- 2° retângulo: medidas 11 por 12;
- 3° retângulo: medidas 12 por 13;

E assim sucessivamente, até se chegar ao último retângulo que deverá ter medidas 29 por 30. O problema está pedindo qual é a quantidade de zeros ao final do produto de todas as áreas desses retângulos. Mas o número de zeros presentes ao final de um produto de vários números será determinado pela quantidade de "2" e de "5" presentes na fatoração dos fatores que compõe esse número, já que cada par 2.5 = 10. A área de cada retângulo é dada pelo produto das medidas de seus lados. Logo, vamos observar que o produto de todas essas áreas é dado então pelo seguinte produto:

$$\underbrace{10.11}_{1^\circ\text{ retângulo}}.\underbrace{11.12}_{2^\circ\text{ retângulo}}.\underbrace{12.13}_{3^\circ\text{ retângulo}}.\underbrace{13.14}_{4^\circ\text{ retângulo}}.\underbrace{14.15}_{5^\circ\text{ retângulo}}.\underbrace{15.16}_{6^\circ\text{ retângulo}}\ \ldots$$

Nessa sequência temos diversos números pares e apenas alguns múltiplos de 5. Logo, é possível concluir que o número de "5" presente na fatoração de todos os números irá determinar quantos zeros haverá no resultado de todas essas multiplicações. Assim, vamos tomar a sequência formada apenas pelos números múltiplos de 5 dessa sequência:

$$10, 15, 15, 20, 20, 25, 25, 30$$

Observe que os números 15, 20 e 25 se repetem duas vezes cada um na sequência, conforme é mostrado na multiplicação escrita anteriormente. Assim, devemos contar o total de "5" presentes na fatoração de todos esses números.

10 = 2.5	15 = 3.5	15 = 3.5	20 = 2.2.5
20 = 2.2.5	25 = 5.5	25 = 5.5	30 = 2.3.5

Temos no total o "5" se repetindo por 10 vezes nas fatorações da sequência. Portanto, no produto das áreas de todos os retângulos, teremos 10 zeros.

Alternativa D

Capítulo 6 – Expressões Numéricas com Números Naturais

1– (EPDP – 2019) Primeiramente resolvemos as multiplicações, pra depois a adição.

$$1 + \underbrace{5x4x3x2x1} =$$

$$\underbrace{1 + \quad 120} =$$

$$121$$

Alternativa E

2– (CMSM – 2012) Note que a tabela dada não servirá de nada nessa questão. Basta resolver a expressão numérica. E, para isso, devemos apenas lembrar que, quando não há sinais gráficos (parênteses, colchetes e chaves), devemos resolver primeiramente as operações de multiplicação e divisão e, na sequência, as de adição e subtração. Havendo apenas multiplicações e divisões em sequência elas devem ser resolvidas na ordem dada, bem como havendo somente adição e subtração. Lembre-se ainda que operações independentes entre si podem ser resolvidas ao mesmo tempo para economizar tempo. Fica assim:

$$5 + \underbrace{4 \times 4} + \underbrace{2 \times 2} - \underbrace{1 \div 1} + 1 =$$

$$\underbrace{5 + \quad 16} + \quad 4 \quad - \quad 1 \quad + 1 =$$

$$\underbrace{21 \quad + \quad 4} - \quad 1 \quad + 1 =$$

$$\underbrace{25 \qquad - \quad 1} \quad + 1 =$$

$$\underbrace{24 \qquad + 1} =$$

$$25$$

Alternativa B

3– (CMJF – 2020) Para definir o maior resultado devemos calcular os resultados obtidos por cada um dos estudantes. Lembre-se ainda que, não havendo sinais gráficos, resolvemos primeiramente multiplicações e divisões e, na sequência, adições e subtrações. Caso tenhamos ainda multiplicações e divisões em sequência, ou adições e subtrações em sequência, devemos resolvê-las na ordem dada. Vale também lembrar que qualquer número multiplicado por 0 é igual a 0 e, qualquer número somado a 0 é igual a ele mesmo. Fica assim:

André

$$\underbrace{2+0+1+9}_{12}=$$

Bruno

$$\underbrace{2\times 0}+1+9=$$
$$\underbrace{0+1+9}_{10}=$$

Carla

$$2+\underbrace{0\times 1\times 9}=$$
$$\underbrace{2+0}_{2}=$$

Daniela

$$2+0+\underbrace{1\times 9}=$$
$$\underbrace{2+0+9}_{11}$$

Eduardo

$$\underbrace{2\times 0\times 1\times 9}_{0}=$$

Os maiores resultados foram obtidos, portanto, por André e Daniela

Alternativa A

4- (CPM - 2011) Os parênteses são independentes entre si, portanto, podemos resolvê-los juntamente numa mesma etapa. Dentro dos parênteses existem operações de multiplicação, adição e subtração. As multiplicações devem ser resolvidas primeiro, só depois as adições e as subtrações.

$$100+(60-\underbrace{8x5}):(\underbrace{4x3}+8)=$$
$$100+(\underbrace{60-40}):(\underbrace{12+8})=$$
$$100+\underbrace{20:20}=$$
$$\underbrace{100+1}_{101}=$$

Alternativa C

5- (CMSM - 2016) Aqui devemos apenas lembrar que, quando não há sinais gráficos (parênteses, colchetes e chaves), devemos resolver primeiramente as operações de multiplicação e divisão e, na sequência, as de adição e subtração. Havendo apenas multiplicações e divisões em sequência elas devem ser resolvidas na ordem dada, bem como havendo somente adições e subtrações. Lembre-se ainda que operações independentes entre si podem ser resolvidas ao mesmo tempo para economizar tempo. Fica assim:

$$27+\underbrace{70\times 10}-\underbrace{23\times 10}=$$
$$\underbrace{27+700}-230=$$
$$\underbrace{727-230}_{497}=$$

Alternativa A

6– (CPM – 2013) Primeiramente, resolvemos os parênteses, depois os colchetes e por último as chaves. Dentro de cada um desses sinais gráficos, seguimos a ordem de resolver primeiramente multiplicação e divisão e, depois, adição e subtração.

$$33 \div \{10 + [6 \div 3 + \underbrace{(1+2)} - 4]\} =$$

$$33 \div \{10 + [\underbrace{6 \div 3} + 3 - 4]\} =$$

$$33 \div \{10 + [\underbrace{2 + 3} - 4]\} =$$

$$33 \div \{10 + \underbrace{[5 - 4]}\} =$$

$$33 \div \underbrace{\{10 + 1\}} =$$

$$\underbrace{33 \div 11} =$$

$$3$$

Alternativa C

7– (CPM – 2014) Primeiramente resolvemos os parênteses, depois os colchetes e por último as chaves. Dentro de cada um desses sinais gráficos, seguimos a ordem de resolver primeiro multiplicações e divisões e, depois, adições e subtrações.

$$\{9 + 6x[14 \div 2 - 5 + (\underbrace{8x4} - 12)]\} =$$

$$\{9 + 6x[14 \div 2 - 5 + \underbrace{(32 - 12)}]\} =$$

$$\{9 + 6x[\underbrace{14 \div 2} - 5 + 20]\} =$$

$$\{9 + 6x[\underbrace{7 - 5} + 20]\} =$$

$$\{9 + 6x\underbrace{[2 + 20]}\} =$$

$$\{9 + \underbrace{6x22}\} =$$

$$\underbrace{\{9 + 132\}} =$$

$$141$$

Alternativa D

8– (CPM – 2018) Primeiramente, resolvemos os parênteses, depois os colchetes e por último as chaves. Dentro de cada um desses sinais gráficos, seguimos a ordem de resolver primeiro multiplicação e divisão e, depois, adição e subtração. Lembremos também que operações independentes entre si podem ser efetuadas em uma única etapa, a fim de economizar tempo, como pode ser feito na primeira etapa da resolução dessa expressão. Assim:

$$[(\underbrace{2x9} - \underbrace{15:5} + 3)x\,4] + \underbrace{2x3} =$$

$$[\underbrace{(18 - 3 + 3)}x\,4] + 6 =$$

$$\underbrace{[18\;x\,4]} + 6 =$$

$$\underbrace{72 + 6} =$$

$$78$$

A idade de Carl era 78 anos.

Alternativa C

9- (CMC – 2018) Para descobrir o número inicial devemos efetuar as operações inversas às fornecidas começando do fim, já que o único valor que temos é o resultado final. Mas o problema dá mais uma dica: ele diz que Maria completaria 30 anos em 2017. Assim, é possível saber em que ano Maria nasceu. Basta subtrair 30 de 2017:

$$2017 - 30 = 1987$$

Agora, sabendo que o resultado final ao qual Maria chegou foi 1330, vamos seguir as etapas de cálculo feitas por ela de maneira inversa:

- Na etapa 6, Maria subtraiu do resultado da etapa 5 o ano de seu nascimento, chegando a 1330. Logo somando o ano de seu nascimento com 1330 obtemos o resultado da etapa 5.

$$1987 + 1330 = 3317$$

- Na etapa 5, Maria somou ao resultado da etapa 4 1767. Assim, subtraindo 1767 de 3317 chegamos ao resultado da etapa 4.

$$3317 - 1767 = 1550$$

- Na etapa 4, Maria multiplicou o resultado da etapa 3 por 50. Logo, dividindo 1550 por 50, chegamos ao resultado da etapa 3.

$$1550 \div 50 = 31$$

- Na etapa 3, Maria somou 5 unidades ao resultado da etapa 2. Logo, subtraindo 5 unidades de 31, chegamos ao resultado da etapa 2.

$$31 - 5 = 26$$

- Na etapa 2, Maria multiplicou o resultado da etapa 1 por 2. Logo, dividindo 26 por 2, obteremos o número escolhido por Maria na etapa 1.

$$26 \div 2 = 13$$

Assim, concluímos que o número escolhido por Maria na etapa 1 é 13.

Alternativa A

10- (CPM – 2016) Se inicialmente havia no ônibus 25 passageiros, esse será o valor inicial da expressão. Para montar o restante, vamos seguir o passo a passo dado no problema:

- No 1° ponto descem 3 pessoas e entram 5. Subtraímos 3 e somamos 5:

$$25 - 3 + 5$$

- No 2° ponto, descem 9 e entram 3. Subtraímos 9 e somamos 3.

$$25 - 3 + 5 - 9 + 3$$

Calculando-se o resultado final dessa expressão:

$$25 - 3 + 5 - 9 + 3 = 21$$

Alternativa B

11- (CMRJ - 2014) Muita embora a expressão numérica dessa questão pareça estranha por conter apenas parênteses, é bastante intuitivo que devemos resolver primeiramente os parênteses mais internos e seguir essa ideia até finalizar a expressão. Assim, temos:

$$51 + \left(49 - \left(47 + \left(45 - \left(43 + \left(41 - \left(39 + \left(37 - \left(35 + \underbrace{(33 - 31)}_{2}\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right) =$$

$$51 + \left(49 - \left(47 + \left(45 - \left(43 + \left(41 - \left(39 + \left(37 - \underbrace{(35 + 2)}_{37}\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right) =$$

$$51 + \left(49 - \left(47 + \left(45 - \left(43 + \left(41 - \left(39 + \underbrace{(37 - 37)}_{0}\right)\right)\right)\right)\right)\right) =$$

$$51 + \left(49 - \left(47 + \left(45 - \left(43 + \left(41 - \underbrace{(39 + 0)}_{39}\right)\right)\right)\right)\right) =$$

$$51 + \left(49 - \left(47 + \left(45 - \left(43 + \underbrace{(41 - 39)}_{2}\right)\right)\right)\right) =$$

$$51 + \left(49 - \left(47 + \left(45 - \underbrace{(43 + 2)}_{45}\right)\right)\right) =$$

$$51 + \left(49 - \left(47 + \underbrace{(45 - 45)}_{0}\right)\right) =$$

$$51 + \left(49 - \underbrace{(47 + 0)}_{47}\right) =$$

$$51 + \underbrace{(49 - 47)}_{2} =$$

$$\underbrace{51 + 2}_{53}$$

Alternativa D

12- (CMSM - 2014) Como o único valor que temos é o resultado final, devemos tomá-lo e efetuar as operações dadas no sentido inverso de modo a descobrir o número digitado na calculadora. Como foram feitas três operações nesse problema, vamos chamá-las de 1ª, 2ª e 3ª operações, respectivamente. Assim, sabendo que o número obtido ao final foi 15, temos:

- Na 3ª etapa, Ednaldo dividiu por 7 o resultado obtido na 2ª operação chegando a 15. Logo multiplicando 15 por 7 encontramos o resultado da 2ª operação:

$$15.7 = 105$$

- Na 2ª etapa, Ednaldo somou 15 ao resultado da 1ª operação. Logo, subtraindo 12 de 105 encontramos o resultado da 1ª operação.

$$105 - 15 = 90$$

- Na 1ª etapa, Ednaldo multiplicou o número digitado inicialmente por 3. Logo, dividindo 90 por 3 encontramos o número digitado por Ednaldo na calculadora:

$$90 \div 3 = 30$$

Assim, concluímos que o número digitado inicialmente por Ednaldo foi 30. Mas como o problema pediu o quíntuplo do número digitado, devemos ainda efetuar a multiplicação de 30 por 5.

$$30.5 = 150$$

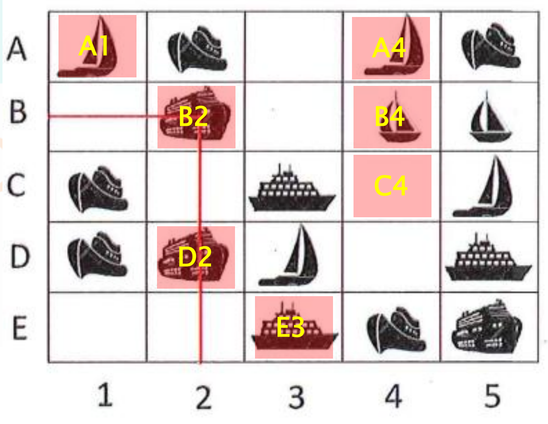
O quíntuplo do número digitado na calculadora por Ednaldo é, portanto, 150.

Alternativa B

13- (CMSM - 2018) Note que a expressão está sendo dada de acordo com as coordenadas das figuras presentes no tabuleiro:

B4 – D2 x B2 + C4 ÷ E3 + A1 – A4

Logo, primeiramente devemos encontrar quais são as figuras presentes em cada uma das coordenadas dadas nas expressões, para assim poder relacioná-las com as devidas figuras e, por fim, com os valores. Assim, para ficar fácil sua visualização, vamos iniciar organizando as coordenadas presentes na expressão no tabuleiro:



Agora, com as coordenadas, sabendo os valores de cada uma das figuras e que coordenadas em branco valem zero, podemos estabelecer o valor numérico de cada coordenada.

B4	D2	B2	C4	E3	A1	A4
25	5	5	0	20	15	15

Agora basta substituir, na expressão, os valores numéricos de cada coordenada:

B4 – D2 x B2 + C4 ÷ E3 + A1 – A4

$$25 \quad -5 \quad \times \quad 5 \quad + \quad 0 \quad \div 20 \quad +15 \quad -15$$

E agora, por fim, resolvemos a expressão numérica. Lembremos que, primeiramente, resolvemos multiplicações e divisões, depois adições e subtrações. E caso haja multiplicações e divisões ou adições e subtrações em sequência, devemos resolvê-las na ordem dada. Além disso, operações independentes entre si podem ser resolvidas em uma mesma etapa a fim de se ganhar tempo. Assim, temos:

$$25-\underbrace{5\times 5}+\underbrace{0\div 20}+15-15=$$

$$\underbrace{25-25+0}+15-15=$$

$$\underbrace{0+15-15}=$$

$$0$$

Alternativa E

14- (CMRJ – 2020) Primeiramente vamos descobrir quais são os operadores que estão representados na forma de símbolos:

$2◑3=6$ $12■4=3$ $2\Delta 3\Delta 6=11$	→	◑ $=\times$, pois $2\times 3=6$ ■ $=\div$, pois $12\div 4=3$ $\Delta=+$, pois $2+3+6=11$

Sabendo os operadores que cada símbolo representa, vamos reescrever a expressão com os operadores:

$$500\div\{2\times[(13+8)\div 3+20\times 5+108\div 6]\}=$$

E agora vamos resolvê-la. Para isso, lembre-se que, primeiramente, devemos resolver operações que estejam dentro dos parênteses, depois dos colchetes e, por último, das chaves. Lembre-se ainda que operações de multiplicação e divisão tem prioridade sobre operações de adição e subtração. Além disso, operações independentes podem ser resolvidas em uma mesma etapa a fim de economizar tempo. Assim, temos:

$$500\div\{2\times[\underbrace{(13+8)}\div 3+\underbrace{20\times 5}+\underbrace{108\div 6}]\}=$$

$$500\div\{2\times[\underbrace{21\div 3}+100+18]\}=$$

$$500\div\{2\times[\underbrace{7+100+18}]\}=$$

$$500\div\underbrace{\{2\times 125}\}=$$

$$\underbrace{500\div 250}=$$

$$2$$

Alternativa B

15- (CMRJ – 2019) Esse problema tem um macete muito bacana que nos permite ganhar muito tempo ao resolver essa questão. A ideia inicial, logicamente, é resolver as expressões de cada uma das alternativas e verificar aquela que nos dá resultado igual a 4. No entanto, é possível, em vez de resolver as expressões completas, trabalhar, inicialmente, somente com os valores das unidades. Caso mais de uma dê valor das unidades igual a 4, então apenas aquela deverá ser resolvida por completo. Veja, por exemplo, a alternativa C:

Nas unidades 2x6 termina em 2

$$\underbrace{32 \times 16}_{2} - 239 - \underbrace{91 \times 3}_{3} =$$

Nas unidades 1x3=3

Na próxima etapa, veja que nas unidades teríamos, primeiramente, $2 - 9$. Mas essa operação não é possível. O que seria feito então seria um "empréstimo" das dezenas de modo que o 2 se tornaria 12. Por fim, ficaria então $12 - 9 = 3$.

Nas unidades, 2-9=3 com o "empréstimo"

$$\underbrace{12 - 239}_{3} - 3 =$$

E agora, para finalizar, fazemos o 3-3:

$$\underbrace{3 - 3}_{0} =$$

Daqui, sabemos que pela alternativa C chegaríamos a um valor de 0 na unidade, que é diferente do valor 4 que estamos procurando. Assim, vamos tentar, na sequência, a alternativa E seguindo as mesmas ideias:

Nas unidades, 1x3x5 termina em 5.

$$\underbrace{11 \times 13 \times 15}_{5} + 359 - \underbrace{125 \times 20}_{0} =$$

Nas unidades, 5x0 = 0

Observe que, na próxima etapa, o zero que está sendo subtraído no final da expressão não faz diferença. Podemos, portanto, ignorá-lo.

Nas unidades, 5+9 termina em 4

$$\underbrace{5 + 359}_{4} =$$

Como a alternativa E termina em 4, mas não testamos as demais alternativas, devemos ainda resolver a expressão toda para verificar se, de fato, o resultado é 4 ou se apenas termina em 4. Assim:

$$\underbrace{11 \times 13} \times 15 + 359 - \underbrace{125 \times 20} =$$

$$\underbrace{143 \quad \times 15} + 359 - \quad 2500 \quad =$$

$$\underbrace{2145 \quad + 359} - \quad 2500 \quad =$$

$$\underbrace{2145 \quad + 359} - \quad 2500 \quad =$$

$$\underbrace{2504 \quad - \quad 2500} \quad =$$

$$4$$

O resultado, de fato, é 4. Logo, não há necessidade de testar as demais alternativas, pois se o problema estiver certo (e de fato, está) essa será a única alternativa que terá resultado igual a 4.

Alternativa E

GABARITOS

Capítulo 1

Hora do Exercício – Parte 1

1–

a) 72	b) 48	c) 57	d) 128	e) 427	f) 375
Centena: –	Centena: –	Centena: –	Centena: 1	Centena: 4	Centena: 3
Dezena: 7	Dezena: 4	Dezena: 5	Dezena: 2	Dezena: 2	Dezena: 7
Unidade: 2	Unidade: 8	Unidade: 7	Unidade: 8	Unidade: 7	Unidade: 5

g) 729	h) 846	i) 590	j) 309	k) 427	l) 375
Centena: 7	Centena: 8	Centena: 5	Centena: 3	Centena: 4	Centena: 3
Dezena: 2	Dezena: 4	Dezena: 9	Dezena: 0	Dezena: 2	Dezena: 7
Unidade: 9	Unidade: 6	Unidade: 0	Unidade: 9	Unidade: 7	Unidade: 5

2–

Ordem e classe	a) 1352	b) 4211	c) 3125	d) 4098
Centena de milhar	–	–	–	–
Dezena de milhar	–	–	–	–
Unidade de milhar	1	4	3	4
Centena simples	3	2	1	0
Dezena simples	5	1	2	9
Unidade simples	2	1	5	8

Ordem e classe	e) 12436	f) 60048	g) 91237	h) 101364
Centena de milhar	–	–	–	1
Dezena de milhar	1	6	9	0
Unidade de milhar	2	0	1	1
Centena simples	4	0	2	3
Dezena simples	3	4	3	6
Unidade simples	6	8	7	4

Ordem e classe	i) 3651476	j) 4032575	k) 70800962	l) 409025315
Centena de milhão	–	–	–	4
Dezena de milhão	–	–	7	0
Unidade de milhão	3	4	0	9
Centena de milhar	6	0	8	0
Dezena de milhar	5	3	0	2
Unidade de milhar	1	2	0	5
Centena simples	4	5	9	3
Dezena simples	7	7	6	1
Unidade simples	6	5	2	5

3–

a)	b)	c)	d)	e)
1. 7	1. 9	1. 4	1. 6	1. 2
2. 3	2. 4	2. 5	2. 1	2. 0

Hora do Exercício – Parte 2

1–

a) Setenta e seis
b) Oitenta e quatro
c) Noventa e nove
d) Cinquenta e oito
e) Cento e três
f) Duzentos e trinta e seis
g) Novecentos e setenta e cinco
h) Seiscentos e quarenta e três
i) Oitocentos e noventa e seis
j) Novecentos e três

2–

a) Mil e quatro
b) Três mil e sessenta e oito
c) Nove mil cento e vinte e três
d) Quatro mil trezentos e vinte e cinco

e)	Três mil setecentos e noventa e seis
f)	Dez mil quinhentos e sessenta e três
g)	Vinte e quatro mil seiscentos e noventa e três
h)	Setenta e quatro mil quinhentos e noventa e três
i)	Cento e um mil trezentos e sessenta e oito
j)	Quinhentos e três mil setecentos e oitenta e três

3-

a)	Um milhão quinhentos e sete mil seiscentos e nove
b)	Sete milhões oitocentos e sessenta e cinco mil e seis
c)	Nove milhões seiscentos e cinquenta e três mil e quarenta e oito
d)	Dez milhões seiscentos e trinta mil oitocentos e trinta e quatro
e)	Quarenta e oito milhões novecentos e sessenta e três mil quatrocentos e oitenta e cinco
f)	Trinta e quatro milhões trezentos e cinquenta e oito mil seiscentos e trinta e dois
g)	Quatrocentos e três milhões seiscentos e oitenta e sete mil duzentos e oitenta e quatro
h)	Cento e seis milhões quinhentos e oitenta e sete mil e três
i)	Dois bilhões setecentos e noventa e seis milhões quinhentos e seis mil quatrocentos e trinta e três
j)	Vinte e nove bilhões três milhões quatrocentos e sete mil seiscentos e vinte e oito

Hora do Exercício – Parte 3

1-

a)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo		9	4
VA	-	9	4
VR	-	90	4

b)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo		4	6
VA	-	4	6
VR	-	40	6

c)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo		6	3
VA	-	6	3
VR	-	60	3

d)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo		3	7
VA	-	3	7
VR	-	30	7

e)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	2	9	4
VA	2	9	4
VR	200	90	4

f)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	3	5	6
VA	3	5	6
VR	300	50	6

g)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	3	2	9
VA	3	2	9
VR	300	20	9

h)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	4	6	7
VA	4	6	7
VR	400	60	7

i)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	5	0	7
VA	5	0	7
VR	500	0	7

j)	Centena	Dezena	Unidade
Algarismo	9	2	6
VA	9	2	6
VR	900	20	6

2-

a)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo			4	1	3	6
	VA			4	1	3	6
	VR			4000	100	30	6

b)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo			8	9	2	8
	VA			8	9	2	8
	VR			8000	900	20	8

c)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo		2	3	5	2	9
	VA		2	3	5	2	9
	VR		20000	3000	500	20	9

d)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo		1	8	4	3	7
	VA		1	8	4	3	7
	VR		10000	8000	400	30	7

e)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo		4	5	4	8	5
	VA		4	5	4	8	5
	VR		40000	5000	400	80	5

f)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo		3	9	7	4	2
	VA		3	9	7	4	2
	VR		30000	9000	700	40	2

g)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo	1	0	4	2	2	9
	VA	1	0	4	2	2	9
	VR	100.000	0	4000	200	20	9

h)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo	3	4	1	1	0	0
	VA	3	4	1	1	0	0
	VR	300.000	40000	1000	100	0	0

i)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo	4	0	5	2	3	7
	VA	4	0	5	2	3	7
	VR	400.000	0	5000	200	30	7

j)	Classe	Milhares			Unidades simples		
	Ordem	Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade
	Algarismo	7	8	9	0	2	6
	VA	7	8	9	0	2	6
	VR	700.000	80.000	9000	0	20	6

3-

a) 3. Valor relativo 300.	b) 9. Valor relativo 9000.
c) 0. Valor absoluto 0.	d) 4. Valor relativo 4.
e) 7. Valor relativo 700.	f) 2. Valor relativo 2.
g) 9. Valor relativo 900.	h) 7. Valor absoluto 7.
i) 2. Valor relativo 200.	j) 8. Valor relativo 80.

Hora do Exercício – Parte 4

1-

a) Nove dezenas e sete unidades
b) Cinco dezenas
c) Três dezenas e seis unidades
d) Sete dezenas e nove unidades
e) Duas centenas e quatro unidades
f) Seis centenas, sete dezenas e oito unidades
g) Três centenas, seis dezenas e quatro unidades
h) Quatro centenas, uma dezena e duas unidades
i) Nove centenas, três dezenas e quatro unidades
j) Quatro centenas, sete dezenas e seis unidades

2-

a) Uma unidade de milhar, três dezenas e quatro unidades
b) Duas unidades de milhar, quatro dezenas e três unidades
c) Três unidades de milhar, quatro centenas, cinco dezenas e oito unidades
d) Oito unidades de milhar, nove centenas, sete dezenas e cinco unidades
e) Uma dezena de milhar, duas unidades de milhar, cinco centenas, sete dezenas e oito unidades
f) Nove dezenas de milhar, sete unidades de milhar, cinco centenas, três dezenas e seis unidades
g) Duas dezenas de milhar, duas unidades de milhar, cinco centenas, sete dezenas e seis unidades
h) Seis dezenas de milhar, sete unidades de milhar, nove centenas e sete unidades
i) Quatro dezenas de milhar, três dezenas e seis unidades
j) Sete dezenas de milhar, oito unidades de milhar, três centenas e sete unidades

3-

a) Uma centena de milhar, duas unidades de milhar e sete unidades

b)	Sete centenas de milhar, duas dezenas de milhar, três unidades de milhar, seis centenas, sete dezenas e sete unidades
c)	Duas centenas de milhar, nove dezenas de milhar, seis unidades de milhar, quatro centenas, oito dezenas e seis unidades
d)	Três centenas de milhar, quatro unidades de milhar, seis centenas, oito dezenas e seis unidades
e)	Quatro centenas de milhar, cinco unidades de milhar e sete unidades
f)	Cinco centenas de milhar, uma dezena de milhar, duas unidades de milhar, seis centenas, três dezenas e sete unidades
g)	Nove centenas de milhar, sete dezenas de milhar, cinco unidades de milhar, três centenas, uma dezena e cinco unidades
h)	Oito centenas de milhar e seis unidades
i)	Sete centenas de milhar, duas dezenas de milhar, seis unidades de milhar, quatro dezenas e oito unidades
j)	Seis centenas de milhar, sete dezenas de milhar, oito unidades de milhar, nove centenas, duas dezenas e quatro unidades

4-

a) 2	b) 4	c) 10	d) 12	e) 100	f) 1000
g) 24	h) 30	i) 2000	j) 20	k) 36	l) 3000

Hora do Exercício – Parte 5

1-

a) Primeiro	b) Segundo
c) Quinto	d) Décimo sexto
e) Vigésimo segundo	f) Trigésimo oitavo
g) Quadragésimo quinto	h) Quinquagésimo sexto
i) Quadragésimo sétimo	j) Sexagésimo nono

2-

a) Centésimo décimo segundo	b) Centésimo septuagésimo nono
c) Ducentésimo sexagésimo oitavo	d) Tricentésimo quadragésimo quinto
e) Quadringentésimo vigésimo oitavo	f) Quadringentésimo septuagésimo quinto
g) Quingentésimo terceiro	h) Sexcentésimo sétimo
i) Septingentésimo trigésimo sétimo	j) milésimo ducentésimo quinquagésimo sexto

3-

a) 170	b) 10	c) 400	d) 1.240	e) 2.200	f) 3.500
g) 4.000	h) 5.650	i) 4.000	j) 9.000	k) 6.000	l) 8.000

4-

a) 136.500	b) 366.000	c) 600.000	d) 3.700.000
e) 2.660.000	f) 3.500.000	g) 10.000.000	h) 40.000.000
i) 7.000.000	j) 2.568.000	k) 8.000.000	l) 15.400.000

Treinando para os Concursos!

1- A	2- D	3- C	4- D	5- C
6- C	7- D	8- B	9- C	10- A
11- E	12- B	13- D	14- E	15- C

Capítulo 2

Hora do Exercício - Parte 1

1-

a) 56	b) 132	c) 108	d) 55	e) 128	f) 1170
g) 1380	h) 1253	i) 1317	j) 1899	k) 4046	l) 6910

2-

a) 67	b) 90	c) 115	d) 245	e) 1222	f) 1608
g) 1261	h) 1817	i) 1421	j) 1607	k) 4104	l) 4285

3-

a) $1000 + 200 + 50 + 8$	b) $3000 + 600 + 50 + 8$
c) $4000 + 800 + 50 + 2$	d) $10000 + 300 + 50 + 9$
e) $20000 + 8000 + 600 + 30 + 5$	f) $10000 + 200 + 30 + 2$
g) $30000 + 6000 + 900 + 80 + 7$	h) $10000 + 200 + 30 + 6$
i) $10000 + 5000 + 800 + 20 + 5$	j) $100000 + 1000 + 300 + 50 + 2$
k) $600000 + 3000 + 800 + 60 + 8$	l) $1000000 + 20000 + 5000 + 800 + 60 + 3$

Hora do Exercício - Parte 2

1-

a) 73	b) 311	c) 261	d) 261	e) 614	f) 388
g) 1286	h) 174	i) 626	j) 0	k) 1163	l) 4164

2-

a) 762	b) 4165	c) 59807	d) 0	e) 62830	f) 101325
g) 602.380	h) 406.704	i) 828.115	j) 6.904.384	k) 9.852.172	l) 663.155

Hora do Exercício – Parte 3

1-

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Sucessor	6	12	29	40	75	96
Antecessor	4	10	27	38	73	94
	g)	h)	i)	j)	k)	l)
Sucessor	104	537	1059	2001	3001	4127
Antecessor	102	535	1057	1999	2999	4125

2-

a) 27+15 = 42	42–27 = 15	42–15 = 27
b) 23+17 = 40	40–23 = 17	40–17 = 23
c) 21+28 = 49	49–21 = 28	49–28 = 21
d) 36+41 = 77	77–36 = 41	77–41 = 36
e) 97+29 = 126	126–29 = 97	126–97 = 29
f) 105+58 = 163	163–105 = 58	163–58 = 105
g) 192+67 = 259	259–67 = 192	259–192 = 67
h) 965+92 = 1057	1057–92 = 965	1057–965 = 92
i) 394+248 = 642	642–394 = 248	642–248 = 394
j) 426+369 = 795	795–369 = 426	795–426 = 369
k) 873+286 = 1159	1159–873 = 286	1159–286 = 873
l) 1126+458 = 1584	1584–1126 = 458	1584–458 = 1126

3-

a) 48–17 = 31	31+17 = 48	48–31 = 17
b) 61–25 = 36	25+36 = 61	61–36 = 25
c) 94–56 = 38	56+38 = 94	94–38 = 56
d) 108–79 = 29	29+79 = 108	108–29 = 79
e) 143–103 = 40	40+103 = 143	143–40 = 103
f) 300–256 = 44	256+44 = 300	300–44 = 256
g) 348–129 = 219	129+219 = 348	348–219 = 129
h) 506–246 = 260	260+246 = 506	506–260 = 246
i) 893–578 = 315	315+578 = 893	893–315 = 578
j) 1539–679 = 860	860+679 = 1539	1539–860 = 679
k) 3597–1468 = 2129	2129+1468 = 3597	3597–2129 = 1468
l) 5003–1247 = 3756	1247+3756 = 5003	5003–3756 = 1247

4-

a) 10	b) 10	c) Sim	d) 3, 4, 5, 6	e) 35	f) 1
g) 40	h) 23	i) 16	j) 15	k) 36	l) 1

Hora do Exercício – Parte 4

1-

a) 7	b) 2	c) 10	d) 6	e) 8	f) 8
g) 8	h) 11	i) 9	j) 12	k) 13	l) 7

2-

a) 5 < 7	b) 15 < 18	c) 20 = 20
d) 158 < 167	e) 847 > 698	f) 1005 < 1009
g) 2017 < 2048	h) 3007 = 3007	i) 10058 < 19871
j) 102368 < 102658	k) 325687 < 325782	l) 4023698 > 4023682
m) 5032582 = 5032582	n) 3256871 > 3256228	o) 12368205 = 12368205

3-

a) 10	b) 17	c) 8	d) 14	e) 3	f) 7
g) 14	h) 12	i) 30	j) 31	k) 13	l) 11

4-

a) 29	b) 51	c) 37	d) 48	e) 142	f) 274
g) 243	h) 357	i) 89	j) 356	k) 222	l) 645

5-

a) 33	b) 24	c) 71	d) 57	e) 156	f) 262
g) 235	h) 107	i) 266	j) 351	k) 553	l) 539

Hora do Exercício – Parte 5

1-

a) $x = 1$	b) $x = 6$	c) $x = 2$	d) $x = 3$	e) $x = 8$	f) $x = 6$
g) $x = 4$	h) $x = 6$	i) $x = 9$	j) $x = 6$	k) $x = 9$	l) $x = 4$
m) $x = 4$	n) $x = 3$	o) $x = 9$	p) $x = 8$		

2-

a) x = 8	b) b = 3	c) c = 4	d) x = 1
e) b = 4; a = 0	f) c = 2; d = 3	g) x = 9	h) b = 4
i) y = 5	j) c = 8; d = 6	k) a = 8; b = 4	l) c = 6; b = 9; a = 8

Hora do Exercício – Parte 6

1–

a) 36	b) 55	c) 42	d) 78	e) 17	f) 39
g) 8	h) 29	i) 5	j) 47	k) 18	l) 82

2–

a) 22	b) 12	c) 52	d) 38	e) 97	f) 39
g) 49	h) 89	i) 52	j) 12	k) 18	l) 7

3–

a) VIII	b) XXII	c) XXXV	d) XLI	e) LVIII	f) XLIX
g) CXVI	h) CCXIX	i) CDXXIX	j) DCXIV	k) MMXXIX	l) MMMXXV

4–

a) CDVIII	b) CDLV	c) MMMXLVIII	d) DCLXVII	e) CMXVIII	f) MCMXXIII
g) XCIV	h) MMMXXIX	i) CDXLIV	j) MMCXXXIX	k) MMMXXIV	l) MMCMXCIX

5–

a) I	b) I	c) C	d) I	e) C	f) I
g) I	h) I	i) I	j) C	k) I	l) C

Treinando para os Concursos!

1– B	2– D	3– D	4– B	5– D
6– B	7– B	8– A	9– C	10– C
11– C	12– C	13– A	14– C	15– D

Capítulo 3

Hora do Exercício – Parte 1

1-

a) 72	b) 168	c) 144	d) 290	e) 504	f) 380
g) 324	h) 0	i) 252	j) 354	k) 0	l) 204

2-

a) 850	b) 1872	c) 2754	d) 1976	e) 0	f) 28782
g) 8037	h) 0	i) 47628	j) 51267	k) 0	l) 29304

3-

a) 59670	b) 105522	c) 270444	d) 30576	e) 0	f) 225550
g) 75384	h) 492264	i) 3.265.311	j) 656616	k) 0	l) 450528

4-

a) 470	b) 5800	c) 12600	d) 26700	e) 52500	f) 298900
g) 422100	h) 421800	i) 904000	j) 538200	k) 10.700.000	l) 31.896.000

Hora do Exercício – Parte 2

1-

a) 98	b) 162	c) 3612	d) 1812	e) 4120	f) 2943
g) 3076	h) 1208	i) 3692	j) 882	k) 750	l) 8961

2-

a) 1152	b) 875
c) 56	d) Não. Faltarão 10.

Hora do Exercício – Parte 3

1-

a) 101	b) 409	c) 684	d) 527	e) 452	f) 605
g) 704	h) 532	i) 359	j) 523	k) 329	l) 201

2-

a) 37	b) 65	c) 69	d) 36	e) 68	f) 97
g) 63	h) 85	i) 67	j) 45	k) 68	l) 41

3-

a) 103	b) 252	c) 325	d) 208	e) 367	f) 508
g) 441	h) 607	i) 789	j) 604	k) 597	l) 904

Hora do Exercício – Parte 4

1-

a) 2	b) 3	c) 3	d) 5	e) 5	f) 4
g) 6	h) 4	i) 5	j) 8	k) 5	l) 5
m) 7	n) 7	o) 7	p) 8	q) 8	r) 9

2-

a) 13x5 = 65	65:5 = 13	65:13 = 5
b) 14x4 = 56	56:14 = 4	56:4 = 14
c) 16x5 = 80	80:5 = 16	80:16 = 5
d) 17x3 = 51	51:3 = 17	51:17 = 3
e) 18x4 = 72	72:18 = 4	72:4 = 18
f) 16x6 = 96	96:16 = 6	96:6 = 16
g) 18x5 = 90	90:5 = 18	90:18 = 5
h) 15x8 = 120	120:8 = 15	120:15 = 8
i) 19x7 = 133	133:19 = 7	133:7 = 19
j) 14x8 = 112	112:8 = 14	112:14 = 8
k) 11x7 = 77	77:11 = 7	77:7 = 11
l) 16x8 = 128	128:16 = 8	128:8 = 16

3-

a) 176:8 = 22	22x8 = 176	176:22 = 8
b) 161:7 = 23	23x7 = 161	161:23 = 7
c) 216:9 = 24	216:24 = 9	24x9 = 216
d) 256:4 = 64	256:64 = 4	64x4 = 256
e) 245:7 = 35	35x7 = 245	245:35 = 7
f) 496:62 = 8	496:8 = 62	8x62 = 496
g) 1701:21 = 81	81x21 = 1701	1701:81 = 21
h) 1395:31 = 45	31x45 = 1395	1395:45 = 31
i) 1512:42 = 36	36x42 = 1512	1512:36 = 42
j) 903:21 = 43	43x21 = 903	903:43 = 21
k) 1525:25 = 61	1525:61 = 25	25x61 = 1525

l) 2312:68 = 34	2312:34 = 68	68x34 = 2312

4-

a) 1	b) 2	c) 0	d) 0	e) 3	f) 0
g) 3	h) 2	i) 0	j) 0	k) 0	l) 1

5-

a) a = 9	b) a = 1; b = 2	c) c = 6; d = 8
d) a = 1; b = 0; c = 2	e) a = 0; b = 6	f) a = 5; b = 7
g) a = 8; b = 6; c = 3	h) a = 6; b = 5	i) a = 1; b = 0; c = 2; d = 9
j) a = 3; b = 8	k) c = 1; d = 1	l) a = 3; b = 4; c = 2; d = 7

Hora do Exercício – Parte 5

1-

a) 288	b) 480	c) 33	d) 530	e) 16	f) 43
g) 36	h) 38	i) 540	j) 38	k) 30	l) 800

2-

a) 125	b) 84	c) 5	d) 52	e) 28	f) 12
g) 34	h) 256	i) 1152	j) 1029	k) 170	l) 146

Treinando para os Concursos!

1- A	2- C	3- B	4- A	5- D
6- C	7- B	8- B	9- E	10- A
11- A	12- B	13- B	14- D	15- D

Capítulo 4

Hora do Exercício – Parte 1

1-

a) M(2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12}	b) M(5) = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30}
c) M(6) = {0, 6, 12, 18, 24, 30, 36}	d) M(7) = {0, 7, 14, 21, 28, 35, 42}
e) M(9) = {0, 9, 18, 27, 36, 45, 54}	f) M(10) = (0, 10, 20, 30, 40, 50, 60}
g) M(11) = {0, 11, 22, 33, 44, 55, 66}	h) M(12) = {0, 12, 24, 36, 48 60, 72}
i) M(13) = {0, 13, 26, 39, 52, 65, 78}	j) M(15) = {0, 15, 30, 45, 60, 75, 90}
k) M(17) = {0, 17, 34, 51, 68, 85, 102}	l) M(19) = {0, 19, 38, 57, 76, 95, 114}

2-

a) D(1) = {1}	b) D(5) = {1, 5}
c) D(6) = {1, 2, 3, 6}	d) D(7) = {1, 7}
e) D(9) = {1, 3, 9}	f) D(10) = {1, 2, 5, 10}
g) D(11) = {1, 11}	h) D(12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}
i) D(15) = {1, 3, 5, 15}	j) D(16) = {1, 2, 4, 8, 16}
k) D(18) = {1, 2, 3, 6, 9, 18}	l) D(20) = {1, 2, 4, 5, 10, 20}

3-

a) Sim.	b) Sim.	c) Não.	d) Não.	e) Não.	f) Sim.
g) Sim.	h) Sim.	i) Sim.	j) Sim.	k) Sim.	l) Não.

4-

a) P	b) I	c) P	d) I	e) P	f) P
g) I	h) I	i) I	j) P	k) I	l) P
m) I	n) I	o) I	p) P		

5-

a) P	b) P	c) P	d) I	e) I	f) P
g) P	h) I	i) P	j) I	k) P	l) P
m) P	n) P	o) I	p) I		

Hora do Exercício – Parte 2

1-

Números primos nas letras: a, c, d, f, g, j, k, m, p, t

2-

a) 9	(X) 3	( ) 2	( ) 4	(X) 9
b) 18	(X) 2	(X) 3	( ) 5	(X) 6
c) 24	(X) 1	( ) 5	(X) 6	(X) 8
d) 48	(X) 3	( ) 5	(X) 6	( ) 10
e) 60	(X) 2	(X) 3	(X) 6	(X) 10
f) 80	(X) 2	(X) 4	(X) 5	( ) 9
g) 105	( ) 2	(X) 3	(X) 5	( ) 10
h) 111	(X) 3	( ) 4	( ) 9	( ) 10
i) 148	(X) 2	( ) 3	(X) 4	( ) 9
j) 336	(X) 4	( ) 5	(X) 6	( ) 9
k) 452	(X) 2	( ) 3	(X) 4	( ) 5
l) 1000	(X) 2	( ) 3	(X) 4	(X) 10

3-

a) C	b) C	c) C	d) I	e) C	f) I
g) C	h) I	i) C	j) C	k) C	l) C

Hora do Exercício – Parte 3

1- Resposta pessoal, essas respostas são uma das possíveis.

a) 4x5	b) 6x4	c) 3x9	d) 4x8	e) 3x6	f) 8x8
g) 6x7	h) 9x8	i) 6x8	j) 6x9	k) 11x4	l) 9x9

2-

a) 3^4	b) 2^3x3	c) 3^3	d) $2x3^2x5$
e) 2^3x5	f) 2^2x3x5	g) 2^2x3^2x5	h) 2^2x3x7
i) $2^2x3x5x7$	j) 2^2x3^2x7	k) $2x3x5x7$	l) $2x3x5^2$

Hora do Exercício – Parte 4

1-

a) 4	b) 10	c) 6	d) 21	e) 20	f) 8
g) 15	h) 18	i) 10	j) 12	k) 15	l) 14

2-

a) 30	b) 60	c) 120	d) 90	e) 48	f) 75
g) 210	h) 72	i) 36	j) 175	k) 1200	l) 1200

3-

a) 5	b) 10	c) 3	d) 3	e) 27	f) 2
g) 9	h) 14	i) 12	j) 6	k) 100	l) 20

Hora do Exercício – Parte 5

1-

a) 15 s	b) 5 m	c) 12h	d) 2 m
e) 70 s	f) 6 integrantes	g) 30 dias	h) 6 tabletes

2-

a) 24 e 48 dias	b) 5 equipes	c) Ano 2140	d) 73 caixas
e) 120 dias	f) 6 aparições	g) 100 segundos	h) 19 dias

Treinando para os Concursos!

1- D	2- A	3- B	4- B	5- C
6- C	7- D	8- B	9- C	10- C
11- D	12- D	13- D	14- E	15- A

Capítulo 5

Hora do Exercício - Parte 1

1-

	Potência	Como se lê
a)	4^2	Quatro ao quadrado
b)	3^7	Três à sétima
c)	5^3	Cinco ao cubo
d)	2^4	Dois à quarta
e)	4^6	Quatro à sexta
f)	7^5	Sete à quinta
g)	9^2	Nove ao quadrado
h)	11^3	Onze ao cubo
i)	13^1	Treze à primeira
j)	15^2	Quinze ao quadrado
k)	16^3	Dezesseis ao cubo
l)	21^6	Vinte e um à sexta

2-

a) 5	b) 49	c) 25	d) 64	e) 36	f) 16
g) 9	h) 100	i) 8	j) 343	k) 64	l) 1000

Hora do Exercício – Parte 2

1–

a) 5	b) 2	c) 2	d) 6	e) 2	f) 9
g) 8	h) 3	i) 10	j) 3	k) 4	l) 1

2–

a) 4	b) 11	c) 15	d) 5	e) 14	f) 12
g) 18	h) 16	i) 7	j) 8	k) 25	l) 13

3–

a) $\sqrt{625} = 25$	$25^2 = \mathbf{625}$	b) $\sqrt{169} = 13$	$13^2 = \mathbf{169}$
c) $4^4 = 256$	$\sqrt[4]{256} = \mathbf{4}$	d) $17^2 = 289$	$\sqrt{289} = \mathbf{17}$
e) $19^2 = 361$	$\sqrt{361} = \mathbf{19}$	f) $15^2 = 225$	$\sqrt{225} = \mathbf{15}$
g) $\sqrt{484} = 24$	$24^2 = \mathbf{484}$	h) $\sqrt{900} = 30$	$30^2 = \mathbf{900}$
i) $\sqrt{841} = 29$	$29^2 = \mathbf{841}$	j) $32^2 = 1024$	$\sqrt{1024} = \mathbf{32}$
k) $31^2 = 961$	$\sqrt{961} = \mathbf{31}$	l) $\sqrt{1296} = 36$	$36^2 = \mathbf{1296}$

4–

a) 2 zeros	b) Nenhum zero	c) 2 zeros	d) 3 zeros
e) 6 zeros	f) 7 zeros	g) 2 zeros	h) 8 zeros
i) Nenhum zero	j) 2 zeros	k) 5 zeros	l) 2 zeros

Treinando para os Concursos!

1– B	2– D	3– C	4– C	5– C
6– A	7– D	8– C	9– C	10– D
11– C	12– A	13– A	14– B	15– D

Capítulo 6

Hora do Exercício – Parte 1

1–

a) 3	b) 6	c) 0	d) 5	e) 19	f) 14
g) 10	h) 13	i) 22	j) 4	k) 10	l) 4

2-

a) 12	b) 21	c) 17	d) 44	e) 74	f) 54
g) 24	h) 10	i) 26	j) 3	k) 33	l) 27

Hora do Exercício – Parte 2

1-

a) 10	b) 5	c) 21	d) 12	e) 13	f) 4
g) 6	h) 11	i) 3	j) 25	k) 16	l) 8

2-

a) 44	b) 7	c) 26	d) 3	e) 14	f) 33
g) 27	h) 55	i) 45	j) 79	k) 0	l) 33

Hora do Exercício – Parte 3

1-

a) 6	b) 3	c) 48	d) 7	e) 5	f) 6
g) 196	h) 3	i) 9	j) 140	k) 120	l) 7

2-

a) 19	b) 14	c) 4	d) 5	e) 7	f) 17
g) 4	h) 34	i) 0	j) 64	k) 21	l) 55

Hora do Exercício – Parte 4

1-

a) 22	b) 18	c) 52	d) 22	e) 18	f) 40
g) 3	h) 30	i) 30	j) 18	k) 12	l) 27

2-

a) 8	b) 2	c) 6	d) 8
e) 7	f) 9	g) 12	h) 15

Treinando para os Concursos!

1- E	2- B	3- A	4- C	5- A
6- C	7- D	8- C	9- A	10- B
11- D	12- B	13- E	14- B	15- E

BATÁLION
CURSOS PREPARATÓRIOS

MATEMÁTICA

VOLUME 1

WWW.CURSOBATALION.COM.BR

@cursobatalion

PREPARATÓRIO CONCURSOS COLÉGIOS MILITARES 6º ANO